



## Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2011/2012 Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

### Döntő

1. Határozza meg az összes olyan  $x$  egész számot, amely eleget tesz az

$$\log_{\frac{x^2-3x+2}{x+7}}(x+4) < 1$$

egyenlőtlenségnek!

2. Egy  $R$  sugarú gömbbe beírtunk egy olyan négyzetes gúlát, amelynek minden éle egyenlő. A gúlába pedig egy, a lapjait érintő kisebb gömböt írtunk.  
Mennyi a két gömbfelszín arányának pontos értéke?

3. Legyenek  $a$  és  $b$  olyan racionális számok, melyekre teljesül, hogy

$$a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0.$$

Bizonyítsa be, hogy ekkor a  $\sqrt{1-ab}$  kifejezés is racionális szám!

**Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont adható.**