



Oktatási Hivatal

**A 2013/2014. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló**

**MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(SZAKKÖZÉPISKOLA)**

FELADATOK

1. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$3 \cdot 25^x - 16^x = 2 \cdot 20^x$$

egyenletet!

2. Melyek azok az $n \in \mathbb{N}$ számok, amelyekre

$$2^{2n+2} \cdot 3^{2n} + 1$$

prímszám?

3. Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza egész szám.
Igazolja, hogy a háromszög az egyik csúcán átmenő két egyenessel három egyenlő területű részre vágható úgy, hogy a kapott részek területének mérőszáma is egész szám!

4. Az ABC háromszögben

$$BC = a; CA = b; AB = c \text{ hosszúságú,}$$

és az oldalak hosszaira teljesül, hogy

$$a^3 + b^3 = c^3.$$

Bizonyítsa be, hogy

$$60^\circ < \angle BCA < 90^\circ !$$

5. Egy egységnyi oldalú négyzet csúcsai $A; B; C; D$. Az AB oldal tetszőleges pontja P .
A Q pont a BC oldalon van, és $\angle PDQ = 45^\circ$.

Mekkora a PBQ háromszög kerülete?

6. Egy 5×5 -ös táblázat minden sorába és minden oszlopába pontosan egyszer beírtuk az 1, 2, 3, 4, 5 számokat. A táblázatba beírt számok a táblázat egyik átlójára szimmetrikusan helyezkednek el.

A feltételeknek megfelelő kitöltés esetén mennyi lehet a táblázat szimmetriaátlójában levő számok összege?

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.