



Oktatási Hivatal

A 2017/2018. tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny

második forduló

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA (SZAKGIMNÁZIUM, SZAKKÖZÉPISKOLA)

FELADATOK

- Adja meg az összes olyan négyjegyű pozitív egész számot, amelyre igaz, hogy az első három jegyéből alkotott háromjegyű szám kétszer akkora, mint az utolsó három jegyéből alkotott háromjegyű szám.
- Határozza meg az $(x^2 + (m - 2) \cdot x - 2m) \cdot (-x^2 + (2m + 1) \cdot x - 2m) \geq 0$ egyenlőtlenség egész megoldásainak számát az m pozitív egész szám függvényében.
- Oldja meg a valós számpárok halmazán az
$$\log_{\frac{x}{y}}(x^2y + xy^2) = \log_{\frac{y}{x}}(2x);$$
$$x + y = \frac{1}{2xy}$$
egyenletekből álló egyenletrendszert.
- Az ABC háromszög α szögére teljesül, hogy $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha = 1$. Mekkora háromszög legnagyobb szöge?
- Legyen d az az ABC hegyesszögű háromszög síkjában az ABC háromszög A csúcsán átmenő egyenes, amely az AB és AC egyenesek egyikével sem esik egybe. Legyenek a B_1 és C_1 pontok rendre a B és C pontok merőleges vetületei a d egyenesen. Határozza meg a d egyenes helyzetét úgy, hogy a $BB_1 + CC_1$ összeg maximális legyen.

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér.