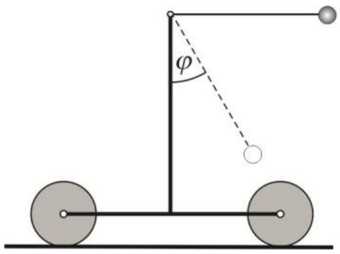
A 2014/2015. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

FIZIKA

I. KATEGÓRIA

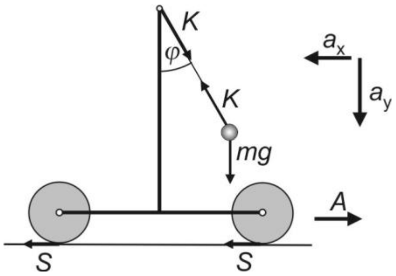
Javítási-értékelési útmutató

1.) *Frédi és Béni, a két kőkorszaki szaki olyan járgányt fejleszt ki, melynek két kereke minden tekintetben azonos, párhuzamos kőhenger. A találékony szakik egyedi meghajtáson dolgoznak: a luxusjárgány „motorja" egy függőlegesen elhelyezett árboc, amelyhez egy 1 méteres kötéllel egy színaranyból készült golyót rögzítenek, melynek tömege azonos egy kerék tömegével. A járművet óvatosságból utasok nélkül tesztelik, a golyót kitérítik vízszintes helyzetig, majd elengedik. A kerekek távolsága elegendően nagy ahhoz, hogy a mozgás során a kocsi ne boruljon fel. Mekkora sebességre gyorsul a járgány, amikor a kötél* $\varphi = 30^\circ$*-os szöget zár be a függőlegessel? A kerekek és a pontszerűnek tekinthető golyó tömegén kívül minden más alkatrész tömegét elhanyagoljuk. Tételezzük fel, hogy a kerekek tisztán gördülnek, a gördülési ellenállás elhanyagolható.*



Megoldás:

Mivel a sebesség a kérdés (nem az erő), ezért a megmaradási tételek, illetve a kényszer-feltételek elegendőek szoktak lenni az ilyen típusú feladatoknál. Ám a külső erő jelenléte miatt az impulzusmegmaradás még vízszintes irányban sem használható. Mégis némi dinamikai megfontolással egy „effektív impulzus" megmaradáshoz juthatunk, amit a tiszta gördülés jellegének köszönhetünk.



Legyen a golyó vízszintes gyorsulása a_x, függőleges gyorsulása a_y, a kocsi gyorsulása A.

A golyóra vonatkozó mozgásegyenlet x irányban

$$K\sin\varphi = ma_x . \tag{1}$$

A golyóra vonatkozó mozgásegyenlet y irányban

$$mg - K\cos\varphi = ma_y . \tag{2}$$

A kocsira vonatkozó mozgásegyenlet

$$K\sin\varphi - 2S = 2mA . \tag{3}$$

A kocsira kerekeire vonatkozó forgásegyenlet

$$SR = \frac{1}{2} mR^2 \beta . \tag{4}$$

A tiszta gördülés kényszerfeltétele:

$$A - R\beta = 0 . \tag{5}$$

Az (1) és (3)-(5) egyenletek alapján

$$3mA = ma_x \tag{6}$$

adódik, azaz

$$3A = a_x . \tag{7}$$

Mivel a (7) összefüggés minden pillanatban teljesül, és a kezdősebességek nullák voltak, a sebességek közt fennáll:

$$3V = v_x . \tag{8}$$

A (8) egyenletet *m*-mel megszorozva amolyan impulzusmegmaradáshoz hasonlót kapunk, azzal a különbséggel, hogy bal oldalon a tapadási erő hiányában megjelenő 2-es szorzó helyett 3-as van.

A kérdéses helyzetben a sebességek közti kényszerfeltétel:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{v_y}{v_x + V} . \tag{9}$$

Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$mgl\cos\varphi = \frac{1}{2} m\left(v_x^2 + v_y^2\right) + 2\frac{1}{2} mV^2 + 2\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} mR^2 \left(\frac{V}{R}\right)^2 . \tag{10}$$

A (8)-(10) egyenletekből

$$V = \sqrt{\frac{gl\cos\varphi}{6 + 8\mathrm{tg}^2\varphi}}$$

adódik, ami az adatokat behelyettesítve

$$V \approx \mathbf{1}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}} .$$

2.) *Ismeretes, hogy a víz* 100°C-*nál alacsonyabb hőmérsékleten forr, ha a légköri nyomás* 1 atmoszféránál *kisebb. Tegyünk légszivattyú üvegburája alá egy lombikban* 1 dl 40°C-*os vizet, és kapcsoljuk be a légszivattyút. Egy idő után a víz heves forrásba jön, ami igazolja fenti megállapításunkat. Ha megmérjük a víz hőmérsékletét miután kivettük a lombikot a légszivattyú burája alól, akkor a benne lévő vizet* 30°C-*osnak találjuk.*

a) Magyarázzuk meg, hogy mi okozta a víz lehűlését!

b) Adjuk meg a lombikban lévő víz tömegének változását két értékes jegy pontossággal, ha forrás közben a víz nem bugyogott ki a nyitott lombikból?

c) Maximálisan a légköri nyomás hány százalékára tudja a szivattyúnk a belsejében lévő nyomást csökkenteni, ha fokozatosan egyre alacsonyabb hőmérsékletű vízzel végezzük el a kísérletet, és 5°C-*os víz esetén már nem indul meg a forrás, hanem csak néhány kicsiny gázbuborék jelenik meg a lombikban lévő hideg vízben még hosszabb idő után is? Százalékos eredményünket egész számra kerekítve adjuk meg!*

d) Az 5°C-*os hideg víz hőmérséklete hogyan változik, ha hosszú ideig járatjuk a szivattyút?*

A feladatmegoldásához szükséges adatokat vegyük például a Függvénytáblázatból.

Megoldás: *a)* A forraláshoz szükséges energiát a víz belső energiájának csökkenése fedezi.

b) A víz párolgáshője 35°C-on 2418 J/g, a víz fajhője 4,18 J/g°C. Az energiamérleg:

$$L\Delta m = cm\Delta T,$$

amiből

$$\Delta m = \frac{cm\Delta T}{L} = \frac{4{,}18\,\frac{\mathrm{J}}{g°\mathrm{C}} \cdot 100\,\mathrm{g} \cdot 10°\mathrm{C}}{2418\,\frac{\mathrm{J}}{g}} = \mathbf{1{,}73\ g}\,.$$

Ha figyelembe vesszük a víz tömegének csökkenését is, akkor 100 g helyett számolhatunk 99,1 grammal is (szukcesszív approximáció), ami nagyjából az átlagérték:

$$\Delta m = \frac{cm\Delta T}{L} = \frac{4{,}18\,\frac{\mathrm{J}}{g°\mathrm{C}} \cdot 99{,}1\,\mathrm{g} \cdot 10°\mathrm{C}}{2418\,\frac{\mathrm{J}}{g}} = 1{,}71\ \mathrm{g}.$$

Láthatjuk, hogy a víz tömegcsökkenése 1,7 g. Az fontos, hogy a forráshőt ne 100°C-ra vegyük, hanem a Függvénytáblázat 30°C-ra, 35°C-ra és 40°C-ra megadott értékeit átlagoljuk, mondjuk vehetjük egyszerűen a 35°C-ra érvényes adatot. Az is fontos, hogy megállapítsuk, hogy a víz tömegcsökkenése kicsi a víz teljes tömegéhez képest.

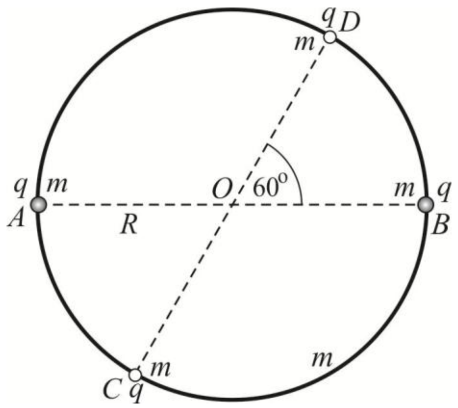
c) 5°C-on a telített vízgőz nyomása 0,87 kPa, ami a légköri nyomás (101,3 kPa) 0,86 %-a, tehát a szivattyú valamennyivel a légköri nyomás **1 %**-a alá képes csökkenteni a nyomást.

d) A szivattyú folyamatosan távolítja el a telített vízgőzt a gőztérből. Ez a folyamat csökkenti a víz hőmérsékletét. Azonban sugárzással és hővezetéssel állandóan hő áramlik a pohár felé, hiszen feltehető, hogy a kísérletet szobahőmérsékletű környezetben végezzük. Ha a szivattyú teljesítménye nagy, akkor a hőmérséklet csökken, ha közepes, akkor állandó marad, de gyenge szivattyú esetén hőmérséklet-emelkedést is tapasztalhatunk.

3.) *Egy R sugarú, m tömegű szigetelő karika AB átmérőjének két végpontjában egy-egy m tömegű, pontszerű, q töltésű gyöngy található, amelyek a karikához vannak rögzítve. A karikára még két egyenként ugyancsak m tömegű, q töltésű gyöngyszemet fűzünk, amelyek a karikán súrlódásmentesen mozoghatnak. A rendszert az ábrán látható módon vízszintes, súrlódásmentes asztalra fektetjük.*

a) Határozzuk meg a gyöngyszemek legnagyobb sebességét!

b) Mekkora a maximális sebesség eléréséig az egyes töltések szögelfordulása az O pont körül?



Megoldás:

a) A külső erők eredője 0, így a rendszer tömegközéppontja (*O* pont) nyugalomban marad.
A legnagyobb sebességet a gyöngyök abban a helyzetben érik el, amikor az *AB* átmérő merőleges a *CD* átmérőre. Ez abból következik, hogy mindaddig növekszik a gyöngyszemek sebessége, amíg ez a szimmetrikus helyzet be nem következik, ezután sebességük csökken, tehát éppen ebben a pillanatban maximális.
Konzervatív elektrosztatikus mezőben a potenciális energiának és a mozgási energiának az összege állandó:

$$E_{p1} + E_{m1} = E_{p2} + E_{m2}\,. \qquad (1)$$

Indításkor $BD = AC = R$ és $AD = BC = R\sqrt{3}$, így

$$E_{p1} = 2\frac{kq^2}{R} + 2\frac{kq^2}{R\sqrt{3}} = 2kq^2\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R\sqrt{3}}\right]. \qquad (2)$$

A maximális sebességű helyzetben $AD = AC = CB = DB = R\sqrt{2}$, így

$$E_{p2} = 2kq^2\frac{2}{R\sqrt{2}} = \frac{4kq^2}{R\sqrt{2}}\,. \qquad (3)$$

(A folyamat során a változatlan potenciális energiatagokat nem írtuk fel.)
Jelölje υ a gyöngyszemek maximális sebességét, ω a karika maximális szögsebességét.
Beírva az (1) egyenletbe a (2) és (3) összefüggéseket, és felhasználva, hogy $E_{m1} = 0$, továbbá

$$E_{m2} = 2\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2\,,$$

kapjuk:

$$2kq^2\left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R\sqrt{3}}\right] = \frac{4kq^2}{R\sqrt{2}} + 2\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2\,.$$

Az egyenlet rendezésével és felhasználva, hogy $\Theta = 3mR^2$ adódik, hogy:

$$\frac{2kq^2}{R}\left[\frac{\sqrt{3}}{3}+1-\sqrt{2}\right]=mv^2+\frac{3}{2}mR^2\omega^2. \qquad (4)$$

Vízszintes irányú külső erők nincsenek, ezért az O pontra nézve felírhatjuk a perdületmegmaradás tételét. (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a szabadon mozgó töltések, illetve a gyűrű a hozzá rögzített töltésekkel ellentétes irányban fordulnak el.)

$$2mvR-\Theta\omega=0$$

$$2mvR=3mR^2\omega$$

$$\omega=\frac{2}{3}\frac{v}{R} \qquad (5)$$

(5)-t a (4)-be beírva kapjuk:

$$\frac{5}{3}mv^2=\frac{2kq^2}{R}\left[\frac{\sqrt{3}}{3}+1-\sqrt{2}\right],$$

amelyből a gyöngyszemek maximális sebessége:

$$v=\sqrt{\frac{6}{5}\cdot\frac{kq^2}{mR}\left[\frac{\sqrt{3}}{3}+1-\sqrt{2}\right]}..$$

b) Jelöljük α_1-gyel a rögzítetlen gyöngyszemeknek (az óramutató járásával ellentétes) szögelfordulását, α_2-vel a rögzített gyöngyszemek, (az óramutató járása szerinti) szögelfordulását! A maximális sebesség elérésekor

$$\alpha_1+\alpha_2=30°. \qquad (6)$$

Jelölje F a gyöngyszemekre ható eredő erő érintő irányú komponensének nagyságát, β_1 illetve β_2 a rögzítetlen és a rögzített gyöngyszemek pillanatnyi szöggyorsulását.

A rögzítetlen gyöngyszemre:

$$F=ma_e, \qquad a_e=R\beta_1,$$

(a_e az érintő irányú gyorsulás) amelyekből

$$\beta_1=\frac{F}{Rm}. \qquad (7)$$

A karikára és a rögzített gyöngyszemekre a forgómozgás alapegyenlete:

$$M=\Theta\beta_2$$

$$F\cdot 2R=3mR^2\beta_2,$$

amelyből

$$\beta_2=\frac{2F}{3Rm}. \qquad (8)$$

(7) és (8)-ból

$$\beta_2=\frac{2}{3}\beta_1,$$

mivel ez a mozgás minden pillanatában fennáll, és mivel a rendszer nyugalomból indul, ezért

$$\alpha_2=\frac{2}{3}\alpha_1. \qquad (9)$$

(6)-ból és (9)-ből

$$\alpha_1=18°,\ \alpha_2=12° \quad .$$

Tehát a gyöngyszemek szögelfordulása a maximális sebesség eléréséig $18°$, a karika szögelfordulása $12°$.

Értékelési útmutató

1. feladat

Mozgásegyenlet az ingatestre *x* irányban	2 pont
Mozgásegyenlet az ingatestre *y* irányban	2 pont
Mozgásegyenlet a kocsira	2 pont
Forgásegyenlet a kerekekre	2 pont
A tiszta gördülés feltétele	1 pont
A gyorsulások (A, a_x) közti kapcsolat	2 pont
A sebességek (V, v_x) közti kapcsolat	2 pont
A kényszerfeltétel a sebességekre a kérdéses állapotban	2 pont
Az energiamegmaradás törvénye	2 pont
A végeredmény	3 pont
	Összesen: **20 pont**

2. feladat

a) Erre a kérdésre adott helyes válasz értéke	4 pont
b) Az elpárolgott anyag tömegének meghatározása	8 pont
c) A helyes százalékérték megadása	4 pont
d) Erre a kérdésre adott helyes válasz	4 pont
	Összesen: **20 pont**

3. feladat

a) Annak felismerése, hogy a tömegközéppont nyugalomban marad	1 pont
A maximális sebességű helyzet felismerése és indoklása	4 pont
Az energiaegyenlet felírása	1 pont
Kezdőállapotban a potenciális energia helyes felírása	1 pont
Maximális sebességű helyzetben a potenciális energia helyes felírása	1 pont
A mozgási energia helyes megadása	1 pont
A perdületmegmaradás tételének felírása	2 pont
A karika szögsebességének megadása	1 pont
A maximális sebesség helyes kifejezése	2 pont
b) A szögelfordulások közötti összefüggés felismerése	4 pont
A szögelfordulások helyes megadása	2 pont
	Összesen: 20 pont

A megoldásban vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és helyes végeredményre vezetnek, az alkérdésekre adható teljes pontszám jár.