

## **Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**

**2008/2009-es tanév**

**3. (döntő) forduló**

**haladók I. kategória**

### **Feladatok**

**1.** Egy gazda az állatainak táplálásához a szomszédos gazdaságtól kétféle takarmánykeveréket vásárolhat. Az első fajta zsákonként 3000 Ft-ba kerül és ez 20 kg  $A$  komponenst és 10 kg  $B$  komponenst tartalmaz. A második fajta zsákonként 5000 Ft-ba kerül és ebben 10 kg  $A$ , 25 kg  $B$  és 5 kg  $C$  komponens van. A gazda rájött, hogy az állatok egészséges fejlődéséhez naponta legalább 90 kg  $A$ , 105 kg  $B$  és 5 kg  $C$  komponensre van szükség. Mennyit vásároljon az egyes takarmánykeverékekből naponként, hogy a legolcsóbban tudjon egészséges állatokat nevelni?

**2.** Melyek azok a pozitív egészekből álló különböző  $(x; y; z; u)$  számnégyesek, amelyek kielégítik az

$$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = u$$

egyenletet?

**3.** Egy  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalának felezőpontja  $F$ . Megrajzoltuk  $F$ -en keresztül azt az  $e$  egyenest, ami felezi a háromszög területét. (Tehát mindkét  $e$  által meghatározott félsíkba a terület fele esik.)

Bizonyítsuk be, hogy az  $e$  egyenes párhuzamos a  $C$  csúcsból induló belső szögfelezővel!