

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2014/2015-ös tanév
első (iskolai) forduló
Haladók – I. kategória

Feladatok

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletrendszert:

$$x^2 - y^2 = 2(x + y),$$

$$x^2 + y^2 = 5(x - y).$$

2. Melyik az a legkisebb n természetes szám, amire

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) < 0,51?$$

3. Van-e olyan számrendszer, amelyben az $\overline{572}$ alakú szám osztható a $\overline{275}$ alakú számmal?

4. Az egyenlőszárú ABC háromszög b szára kétszer olyan hosszú, mint az a alapja. Az AC szárra mint átmérő fölé kört rajzolunk. Ez a kör a AB alapot P , az BC szarat Q pontban metszi. Hányad része a PQB háromszög területe az ABC háromszög területének?

5. Hány olyan szám van 0 és 9999 között, amelyekben több 2-es van a jegyek között, mint 1-es? (Pl. 2012 ilyen, de 2014 nem.)