

**Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**  
**2014/2015-ös tanév**  
**2. (döntő) forduló**  
**Kezdők III. kategória**

**Feladatok**

1. Két egységsugarú kör metszi egymást az  $A, B$  pontokban. Húzzuk meg a két kör egyik közös külső érintőjét, a keletkező érintési pontok legyenek  $E$  és  $F$ , ekkor  $EBFA$  egy konkáv négyszög.

Legfeljebb mekkora lehet ennek a négyszögnek a területe?

Milyen messze van a két kör középpontja egymástól, ha a négyszög területe maximális?

2. Legyenek  $a_1, a_2, \dots, a_{100}, b_1, b_2, \dots, b_{100}$  az  $1, 2, \dots, 200$  számok valamilyen sorrendben. Adjuk meg az  $a_1, a_2, \dots, a_{100}, b_1, b_2, \dots, b_{100}$  számokat úgy, hogy az  $(a_i - b_j)^2$  ( $1 \leq i \leq 100, 1 \leq j \leq 100$ ) számok összege a lehető legkisebb legyen!

3. Egy 16 tagú összejövetelen a vendégek kézfogással üdvözölték egymást (de nem biztos, hogy mindenki mindenkivel kezét fogott). Valaki észrevette, hogy bármelyik két vendéghez található két másik, akik mindkettejükkel kezét fogtak.

a) Bizonyítsuk be, hogy van olyan vendég, aki legalább 6 másik vendéggel fogott kezét!

b) Biztosan van-e olyan vendég, aki 7 másik vendéggel fogott kezét?