

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2015/2016-os tanév
első (iskolai) forduló
Haladók – I. kategória

Feladatok

1. Hány olyan 45-tel osztható \overline{abcba} alakú ötjegyű szám van, ahol a , b és c különböző számjegyeket jelölnek?

2. Az $y \geq 0$ félsíknak hány olyan rácspontja van, amelyeknek a koordinátái kielégítik az alábbi egyenlőséget?

$$x^2 + 3y = 40.$$

(Rácspont a koordináta-rendszer olyan pontja, melynek mindkét koordinátája egész szám.)

3. Határozzuk meg azon a és b valós számokat, amelyekre igaz, hogy a és b is gyöke az $x^2 + ax + b = 0$ egyenletnek!

4. Két, egy síkban lévő, egymást metsző kör középpontjainak távolsága 12 egység. Mindkét kör sugarának hossza egész szám. A metszéspontjukat összekötő egyenes a középpontjaik által meghatározott szakaszt 1 : 2 arányban osztja.

Mekkorák a körök sugarai?

5. Hány rendezett (x, y, z) valós számhármass megoldása van az alábbi egyenletrendszernek:

$$\begin{cases} x + y + z = 11, \\ x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 66. \end{cases}$$