

**Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**  
**2018/2019-es tanév**  
**1. forduló**  
**Haladók I. kategória**

**Feladatok**

1. Oldjuk meg az alábbi egyenletet, ha  $x$  és  $y$  pozitív egész számok:

$$\frac{1}{x!} + \frac{1}{y!} = \frac{1}{z!} \quad (n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n)$$

**7 pont**

2. Attila kisöccse megkapta élete első zsebszámológépét. Rögtön elkezdte egymás után összeadni a pozitív egész számokat, és amikor a kijelző már 1000-et mutatott eredményként, büszkén megmutatta Attilának. „Egy számot kihagytál, Öcsi.” – mondta rövid gondolkodás után a báty. Melyik volt ez a szám, ha tudjuk, hogy az öcsi több hibát nem követett el?

**7 pont**

3. Legyen az  $ABC$  egyenlő szárú,  $C$ -nél derékszögű háromszögben  $AD$  súlyvonal. A  $C$ -ből  $AD$ -re állított merőleges egyenes  $AB$ -t az  $E$  pontban metszi. Hogyan aránylik az  $EB$  szakasz a háromszög átfogójához?

**7 pont**

4. A  $H = \{a; b; c; d; e\}$  halmaznak hányféleképpen adhatjuk meg három olyan különböző háromelemű részhalmazát, amelyek uniója  $H$ ?

**7 pont**

5. Laja a lajhár hosszú – 1 órás – vándorútra indul az amazonasi fák tetején. Lajának kezdetben 100 „energiája” van, és minden perc során két lehetőség közül választhat:

- vagy egy percre megáll és megeszik egy papaya-gyümölcsöt, így 1-gyel növeli az energiáját,
- vagy az adott perc során teljes erőbedobással mászik; ekkor pontosan annyi cm-t tesz meg, amennyi az energiája, de a perc végére 1-gyel csökken az energiája.

Milyen messzire juthat Laja egy óra alatt, és mit kell ehhez tennie?

**7 pont**