Bolyai János
Matematikai Társulat

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2018/2019-es tanév
Kezdők III. kategória
2. (döntő) forduló

Feladatok

1. Határozzuk meg az összes olyan b (1-nél nagyobb) természetes számot, amelyre teljesül, hogy minden nem egész, véges tizedes tört alakban felírható pozitív valós szám b alapú számrendszerbeli „b-edes tört” alakja végtelen szakaszos. **10 pont**

2. Mely $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ függvényekre igaz, hogy tetszőleges x, y egész számokra

$$f(x + f(y)) = f(x) + y?$$

10 pont

3. Tekintsük a síkon az $ABCD$ négyszöget, és egy olyan P pontot, amely nincs rajta $ABCD$ semelyik oldal- vagy átlóegyenesén! Az $ABCD$ négyszöget a P pontra tükrözve az $A_1B_1C_1D_1$ négyszöget kapjuk. Tudjuk, hogy az A_1, B, C, D pontok, az A, B_1, C, D pontok, illetve az A, B, C_1, D pontok egy-egy körön helyezkednek el. Bizonyítsuk be, hogy az A, B, C, D_1 pontok is egy körre illeszkednek! **10 pont**