

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2020/2021-es tanév

Haladók I. kategória 2 forduló

Feladatok

1. Az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ halmaznak hány olyan legalább kételemű részhalmaza van, amelyben az elemek szorzata osztható 10-zel? **7 pont**
2. Legyen egy derékszögű háromszög egyik befogója egy kockának éle, a másik befogója pedig ugyanannak a kockának lapátlója. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög valamelyik két súlyvonala merőleges egymásra. **7 pont**
3. Igazoljuk, hogy a nyolcjegyű 20202021 szám után pontosan egyféleképpen tudunk írni három újabb számjegyet úgy, hogy a kapott 11-jegyű szám osztható legyen 77-tel, 91-gyel és 143-mal is. **7 pont**
4. Az x, y pozitív számokra teljesül, hogy $x^3 + y^3 = x - y$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $x^2 + y^2 < 1$. **7 pont**