

Haladók I. kategória 2. forduló

Feladatok

1. Anikó és Bea felírták a táblára a pozitív egészeket 1-től 2022-ig. Ezután a következő szabályokat követik:

- kiválasztanak a számok közül tetszőleges számút;
- összeadják a kiválasztott számokat;
- kiszámolják az összeg 7-tel való osztási maradékát, ezt a számot felírják a táblára;
- a kiválasztott számokat letörlik a tábláról.

Ezeket a lépéseket egészen addig folytatják, amíg már csak két szám marad a táblán. Ha az egyik a 2022, mi lehet a másik szám?

7 pont

2. A sík 6 adott pontja közül semelyik három nincs egy egyenesen. A pontpárokat összekötő szakaszok közül hányat kell meghúzni ahhoz, hogy biztosan legyen olyan háromszög, amelynek csúcsai az adott pontok közül valók?

7 pont

3. Az $ABCD$ négyzet AB oldalának E belső pontját a D csúccsal összekötő szakasz az AC átlót az M pontban metszi. Az AMD háromszög területe 2 cm^2 . Az $EBCM$ négyszög területe pedig 5 cm^2 . Mekkora az $ABCD$ négyzet területe?

7 pont

4. Hány pozitív egész számokból álló rendezett $(b; c)$ számpár létezik, amelyekre az

$$x^2 + bx + c = 0 \quad \text{és} \quad x^2 + cx + b = 0$$

egyenletek egyikének sincs két különböző valós megoldása?

7 pont