

## Kezdők II. kategória 3. (döntő) forduló

### Feladatok

1.  $H$  olyan pozitív egész számokból álló halmaz, amelynek az elemeire érvényesek az alábbi feltételek:

(1)  $2021 \in H$ ,

(2) ha  $n \in H$ , akkor  $n$  összes pozitív osztója is eleme  $H$ -nak,

(3) bármely  $k, m \in H$ ,  $1 < k < m$  esetén  $km + 1 \in H$ .

a) Bizonyítsuk be, hogy  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} \subseteq H$ .

b) Adjuk meg a  $H \cap \mathbf{N}^+$  halmazt.

**10 pont**

2. A huszárok díszszemléjén  $m$  sorban és  $n$  oszlopban vonulnak a katonák. Tudjuk, hogy minden sor és oszlop teljes, valamint hogy  $m$  és  $n$  is legalább 3. Parancsra a huszárok megállnak, és kardjuk összeérintésével üdvözlik a velük oldalról vagy átlósan szomszédos huszártársaikat. Hány huszár vonult fel a díszszemlén, ha így összesen 789 kardcsörrenést lehetett hallani?

**10 pont**

3. Az  $ABCDEF$  konvex hatszög szemközti oldalai párhuzamosak. Bizonyítsd be, hogy az  $ACE$  és  $BDF$  háromszögek területe egyenlő.

**10 pont**