

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2022/2023-as tanév

Haladók I. kategória 1. forduló

Feladatok

1. Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza a másik befogó és az átfogó hosszának átlaga (számtani közepe). A háromszög kerületének és területének mérőszáma egyenlő. Mekkora a háromszög oldalai? **7 pont**
2. Legyenek $a = 60$ és $b = 2022$. Az $\{a; 2a; 3a; \dots; b \cdot a\}$ halmaz elemi közül hány darab osztható b -vel? **7 pont**
3. Kilenc kártyára felírjuk az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat úgy, hogy minden lapra pontosan egy számjegy kerüljön. Az összes kártya felhasználásával számokat képezünk. Például egy ilyen lehetőség a 8, 21, 394, 65 és 7 számok kialakítása. A képzett számokat összeadva mikor kapjuk a legkisebb összeget,
a) ha a kialakított összes szám prím,
b) illetve akkor, ha közülük mindegyik összetett. **7 pont**
4. Egy háromszög három csúcsának koordinátái: $A(1; -2)$, $B(3; 4)$, $C(3^{2022}; 3^{2023})$. Mekkora a háromszög területe? **7 pont**
5. Egy 3×3 -as táblázat minden egyes mezőjébe egy egyjegyű pozitív egész számot írunk. A sorokat balról jobbra és az oszlopokat felülről lefelé összeolvasva hat darab nem feltétlenül különböző háromjegyű számot kapunk. Töltsük ki a táblázatot olyan módon, hogy a kapott hat szám között szerepeljen egész szám négyzete, harmadik hatványa és ötödik hatványa **is**, és minél kevesebb legyen az olyan szám ezen hat szám között, amely nem egész szám négyzete, harmadik hatványa vagy ötödik hatványa. **7 pont**