

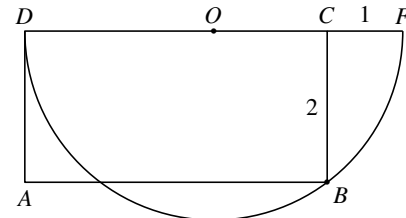
## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2024/2025-ös tanév

### Haladók I. kategória 1. forduló

#### Feladatok

1. Jelölje  $O$  a  $DF$  szakasz felezőpontját és rajzoljunk félkört a  $DF$  szakasz fölé. Az  $ABCD$  téglalap (az ábra szerint) úgy helyezkedik el, hogy  $D$  és  $B$  csúcsai illeszkednek a félkörre, valamint a  $CF$  szakasz hossza 1, a  $CB$  szakasz hossza pedig 2 egység hosszúságú. Mekkora az  $ABCD$  téglalap területe?



7 pont

2. Az első 12 pozitív egész szám közül leírtunk egymás mellé néhányat úgy, hogy bármely két szomszédos szám közül az egyik osztja a másikat. Legfeljebb hány számot írhattunk fel?

7 pont

3. Határozzuk meg a pozitív valós számokon értelmezett

$$x^{1011} + x^{1010} + \dots + x^2 + x^1 + x^0 + \frac{1}{x^0} + \frac{1}{x^1} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^{1010}} + \frac{1}{x^{1011}}$$

kifejezés legkisebb értékét. Milyen valós szám esetén veszi fel a kifejezés ezt az értéket?

7 pont

4. Hány pozitív egész  $(n; k)$  számpár elégíti ki a következő egyenletet?

$$kn + n + 3k = 2021$$

7 pont

5. 10 osztálytárs színházba megy, ahol ugyanabban a sorban, egymás melletti székeken kapnak helyet. A szünetről visszatérve ugyanazokat az üléseket foglalják el, de nem mindenki ül vissza a saját helyére. Aki máshová ül, az eredeti helye melletti ülésre kerül. Hányféleképpen ülhetnek vissza, ha pontosan

- 2 diák ül vissza az eredeti helyére?
- 3 diák ül vissza az eredeti helyére?
- 4 diák ül vissza az eredeti helyére?

7 pont