

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2009–2010-es tanév
MATEMATIKA, III. kategória
A döntő feladatai
a gimnáziumok speciális matematikai osztályainak tanulói részére

1. Igazoljuk, hogy végtelen sok olyan derékszögű háromszög van, amelyben az oldalhosszak relatív prím egész számok, és az átfogó hosszából bármelyik befogó hosszát levonva egy-egy köbszámot kapunk.
2. Az ABC háromszög szögei $\pi/7$, $2\pi/7$, $4\pi/7$. A háromszög szögfelezői a szemközti oldalakat az A_1 , B_1 , C_1 pontokban metszik. Mutassuk meg, hogy az $A_1B_1C_1$ háromszög egyenlő szárú.
3. Egy k élhosszúságú kocka három egy csúcsba futó lapját teljesen le akarjuk ragasztani k^2 darab 3×1 méretű címkével. Milyen k -ra lehet ezt megtenni?