



A 2013/2014. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
döntő forduló

MATEMATIKA III. KATEGÓRIA
(a speciális tanterv szerint haladó gimnazisták)

FELADATOK

1. Adott az ABC háromszög. Bocsássunk merőlegest A -ból a B -beli belső szögfelező egyenesre, és B -ből az A -beli belső szögfelező egyenesre. A talppontokat jelölje D , illetve E . Bizonyítsuk be, hogy a DE egyenes a háromszög AC és BC oldalát a beírt kör érintési pontjaiban metszi.
2. A p és q pozitív számokra $p + q \leq 1$. Igazoljuk, hogy bármely m, n pozitív egészekre $(1 - p^m)^n + (1 - q^n)^m \geq 1$.
3. Az $1, 2, \dots, 2014^{2014}$ számok közül Aladár és Boglárka felváltva törölnek le egy számot (Aladár kezd), amíg csak két szám marad. Ha a megmaradó két szám összege négyzetszám, akkor Boglárka nyer, egyébként Aladár. Kinek van nyerő stratégiája?