



# Oktatási Hivatal

---

A 2019/2020. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA  
(GIMNÁZIUM)

## FELADATOK

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$3^{\frac{x^2-4}{4}} + 3^{\frac{4-x^2}{x^2}} = 2.$$

2. Egy dobozban kezdetben egy piros és egy fehér golyó van. Véletlenszerűen kivesszünk egy golyót, majd visszatesszük és beteszünk még egy olyan színűt, amelyet legutóbb kivettünk. Így minden vételnél eggyel több golyó közül húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy 100 vételből pontosan 50-szer húzunk pirosat?

3. Határozzuk meg, mely egész  $n$  és  $m$  számokra teljesül az alábbi egyenlet:

$$n^5 + n^4 = 7^m - 1.$$

4. Az  $ABCD$  négyzet alapú egyenes gúla csúcsa  $E$ . A  $BE$ ,  $CE$  és  $DE$  oldaléleken van rendre  $B'$ ,  $C'$  és  $D'$  úgy, hogy  $BB' : B'E = 3 : 2$ ,  $CC' : C'E = 3 : 1$  és  $DD' : D'E = 2 : 1$ . Legyen a  $B'C'D'$  pontok által meghatározott sík és az  $AE$  él közös pontja  $A'$ . Határozzuk meg az  $AA' : A'E$  arányt.

Valamennyi feladat 7 pontot ér.