A 2018/2019. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló

FIZIKA

II. kategória

<u>Javítási-értékelési útmutató</u>

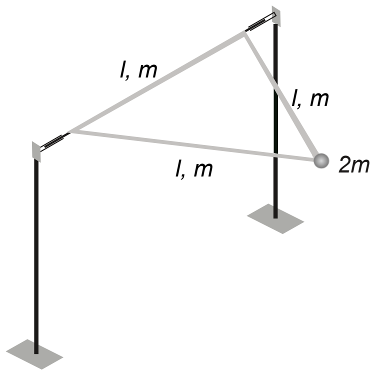
A versenyzők figyelmét felhívjuk arra, hogy áttekinthetően és olvashatóan dolgozzanak. Amennyiben áttekinthetetlen és olvashatatlan részek vannak a dolgozatban, azok az értékelés szempontjából figyelmen kívül maradnak.

1. feladat

Három, egyenletes tömegeloszlású, ℓ hosszúságú, m tömegű, vékony rúdból ℓ oldalú, szabályos háromszög alakú, merev keretet készítünk úgy, hogy a rudak végeit párosával összeerősítjük. Az egyik oldalt vízszintes helyzetbe hozzuk, és végeit az ábra szerint elhanyagolható tömegű, vízszintes tengelyekkel látjuk el. Ezen oldal körül a keret súrlódásmentesen foroghat. A keret harmadik csúcsához, egy kicsiny, $2m$ tömegű testet rögzítünk.

a) A keret síkját vízszintes helyzetbe hozzuk, majd magára hagyjuk. Mekkora a $2m$ tömegű test sebessége, amikor a háromszög síkja átlendül a függőleges helyzeten?

b) Egy másik esetben a keretet a függőleges helyzetéből csak igen kis szöggel térítjük ki, majd lökésmentesen elengedjük. Mennyi idő múlva kerül a keret síkja először függőleges helyzetbe?



Megoldás

a) Mivel csak konzervatív erők hatnak, ezért a mechanikai energia állandó, vagyis a rendszer helyzeti energiájának csökkenése megegyezik a mozgási energia növekedésével. A tengely irányú rúd mozgási energiája a kis kiterjedés miatt nulla. Tehát a mozgási energia a másik két rúd forgásából, és a nehezék mozgásából adódik. Legyen a rendszer szögsebessége a függőlegesen való átlendüléskor ω. Ezzel ekkor a mozgási energia

$$E_\mathrm{m} = 2 \cdot \frac{1}{2}\Theta\omega^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mv^2,$$

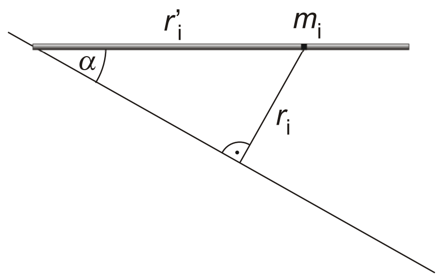
ahol Θ a rudak vízszintes tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka, v a nehezék sebessége, ami így írható fel

$$v = r\omega = \ell\frac{\sqrt{3}}{2}\omega,$$

hiszen a $2m$ tömegű test körmozgásának a sugara a háromszög magassága. A tehetetlenségi nyomaték a definíció alapján

$$\Theta = \sum m_i r_i^2.$$

Egy ℓ hosszúságú, m tömegű rúd zárjon be α szöget a tengellyel.



Ekkor tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta = \sum m_i {r'}_i^2 \sin^2\alpha = \sin^2\alpha \sum m_i {r'}_i^2,$$

mivel $r_i = {r'}_i \sin\alpha$. A második egyenlőséget követő kifejezésben az összeg a tengelyre merőleges rúd tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka„ vagyis $m\ell^2/3$, ezzel $\Theta = m\ell^2 \sin^2\alpha/3$, ami $\alpha = 60^\circ$ miatt $\Theta = m\ell^2/4$. Ezekkel a mozgási energia növekedése

$$E_\mathrm{m} = \frac{1}{4}m\ell^2\omega^2 + \frac{3}{4}m\ell^2\omega^2 = m\ell^2\omega^2. \tag{1}$$

A helyzeti energia csökkenése összerakható az egyes részek helyzeti energia csökkenéséből. A nehezék esetén ez

$$2mg\ell\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Egy rúd helyzeti energiájának csökkenése

$$mg \cdot \frac{1}{2}\ell\frac{\sqrt{3}}{2},$$

ezzel a teljes helyzeti energia csökkenése

$$E_\mathrm{h} = mg\ell\frac{\sqrt{3}}{2} + 2mg\ell\frac{\sqrt{3}}{2} = 3mg\ell\frac{\sqrt{3}}{2}. \tag{2}$$

(1) és (2) egyenlővé tételével

$$m\ell^2\omega^2 = 3mg\ell\frac{\sqrt{3}}{2},$$

vagyis

$$\omega = \sqrt{3\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{g}{\ell}},$$

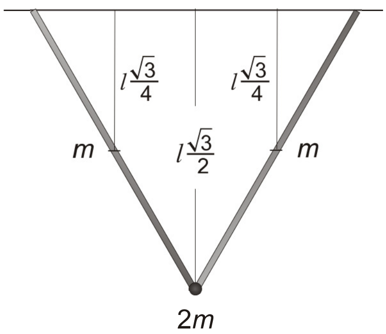
és így a nehezék keresett sebessége

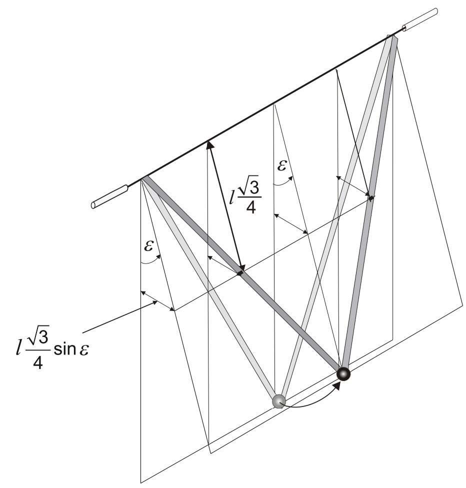
$$v = \ell\frac{\sqrt{3}}{2}\omega = \ell\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{3\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{g}{\ell}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}g\ell} \approx 1{,}4\sqrt{g\ell}.$$

b) Az előzőek alapján a keret-nehezék rendszernek a tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta = 2\cdot\frac{1}{4}m\ell^2 + 2m\left(\ell\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2m\ell^2.$$

A rendszerre ható külső erők forgatónyomatéka a tengelyre vonatkozóan ε kitérésre az ábra alapján





.

$$M = 2\cdot mg\ell\frac{\sqrt{3}}{4}\sin\varepsilon + 2mg\ell\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\varepsilon = \frac{3\sqrt{3}}{2}mg\ell\sin\varepsilon.$$

Mivel a szögkitérés kicsi, ezért $\sin\varepsilon \approx \epsilon$, azaz

$$M = \frac{3\sqrt{3}}{2}mg\ell\varepsilon.$$

Kis ε szögkitérés esetén az $M = \Theta\beta$ forgásegyenlet alapján

$$-\frac{3\sqrt{3}}{2}mg\ell\varepsilon = 2m\ell^2\beta,$$

A $(-)$ jel jelzi, hogy a forgatónyomaték ellentétes a szögkitéréssel. β-ra rendezve:

$$-\frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{g}{\ell}\cdot\varepsilon = \beta,$$

vagyis a szöggyorsulás egyenesen arányos a szögkitéréssel, és a forgatónyomaték a visszaforgatja a rendszert a függőleges helyzetbe. Harmonikus rezgőmozgás esetén y kitéréskor a gyorsulás egyenesen arányos a kitéréssel, tehát a keret szögkitérése az idő szinuszos függvénye. Mivel harmonikus rezgésnél $a = -\omega^2 y$, ezért a keret mozgásának körfrekvenciájára $\beta = -\omega^2\varepsilon$, így

$$\omega^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{g}{\ell}.$$

A periódusidő

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

ezért

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4\ell}{3\sqrt{3}g}}.$$

Tehát

$$t = \frac{T}{4} = \pi\sqrt{\frac{\ell}{3\sqrt{3}g}} \approx 1{,}38\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

idő alatt ér a keret a függőleges helyzetbe.

2. feladat

Egy $R = 0{,}3\,\mathrm{m}$ sugarú korongot vízszintesen tartott tengelye körül $\omega_0 = 16\,\mathrm{s}^{-1}$ szögsebességgel megforgattunk, majd óvatosan, kezdősebesség nélkül egy $\alpha = 10°$-os, kissé érdes lejtőre helyeztünk úgy, hogy a lejtő esésvonala a korong középsíkjába essen. A korong középpontja egy ideig nem mozdul el.

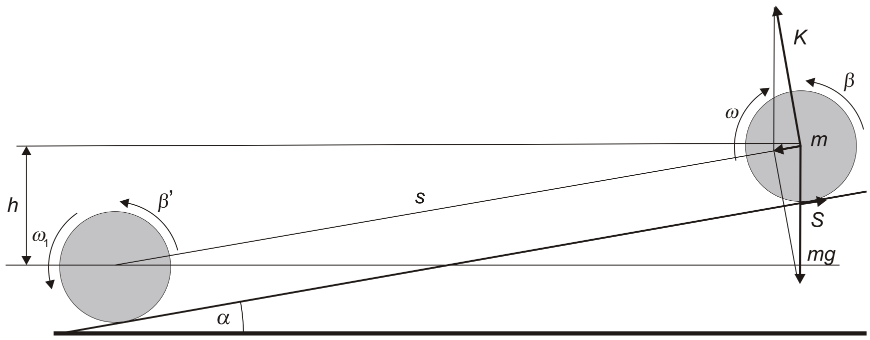
a) A lejtőre helyezéstől számítva mennyi idő múlva lesz a korong szögsebességének nagysága a kezdetivel egyenlő?

b) Mekkora a csúszó és az aktuális tapadó súrlódási erő aránya?

Megoldás

a) Meg kell határoznunk, hogy a korong tömegközéppontja meddig nem mozdul el, majd a legördülő korong tömegközéppontjának gyorsulását is ki kell számítanunk. Ehhez tudnunk kell, mekkora a forgás sebességét csökkentő forgatónyomaték, amit az érdes lejtő súrlódása okoz. A korong tömegközéppontja addig van „egyensúlyban”, amíg a korong szögsebessége le nem csökken nullára. Ebben a pillanatban megszűnik az eddigi csúszási súrlódási erő, (tapadási erő hat majd tovább), és a korong elindul lefelé a lejtőn. A tapadási súrlódási erő biztosítja majd a tiszta gördülést az érdes lejtőn. A forgás lefékezési idejének meghatározásához ismernünk kell a súrlódási fékező forgatónyomatékot. A csúszó súrlódási erő a feladat szerint egy ideig egyensúlyt tart a kényszererő és nehézségi erő eredőjével:

$$S = \left|\sum m\mathbf{g} + \mathbf{K}\right| = mg\sin\alpha.$$



A forgatónyomaték-tétel szerint a korong szöggyorsulása, miközben a tömegközéppontja nem mozog:

$$\beta = \frac{M}{\Theta} = \frac{SR}{\Theta} = \frac{|\sum m\mathbf{g} + \mathbf{K}|\, R}{\frac{1}{2}mR^2} = \frac{2mgR\sin\alpha}{mR^2} = \frac{2g\sin\alpha}{R} = 11{,}4\,\frac{1}{\mathrm{s}^2}.$$

Az egy helyben való forgás akkor szűnik meg, amikor a szögsebesség 0-vá válik:

$$\omega = \omega_0 - \beta t_1 = 0.$$

Innen a lejtőre helyezés és a legördülés kezdete között eltelt idő:

$$t_1 = \frac{\omega_0}{\beta} = 1{,}4\,\mathrm{s}.$$

Ezután a korong 0 kezdősebességgel gördülni kezd. A kérdezett időtartam második része a tisztán gördülő korong süllyedésének ideje, míg szögsebességének nagysága ismét ω_0 lesz.

A süllyedés idejéhez meg kell határozni a gördülés közbeni tömegközéppont-gyorsulást. A tapadási súrlódási erő aktuális értéke legyen S'. Ezzel a korong mozgásegyenlete:

$$mg\sin\alpha - S' = ma_{\mathrm{tkp}}.$$

A forgatónyomaték-tétel:

$$S'R = \Theta\beta' \quad \to \quad S' = \frac{\Theta\beta'}{R}.$$

Ezt a mozgásegyenletbe írva:

$$mg\sin\alpha - \frac{\Theta\beta'}{R} = ma_{\mathrm{tkp}}.$$

A szöggyorsulás kiküszöbölhető a tisztán gördülés miatt:

$$a_{\mathrm{tkp}} = R\beta' \quad \to \quad \beta' = \frac{a_{\mathrm{tkp}}}{R}.$$

Ezzel a mozgásegyenlet:

$$mg\sin\alpha - \frac{\Theta a_{\mathrm{tkp}}}{R^2} = ma_{\mathrm{tkp}} \quad \to \quad a_{\mathrm{tkp}}\left(m + \frac{\Theta}{R^2}\right) = mg\sin\alpha.$$

Innen a korong középpontjának gyorsulása:

$$a_{\text{tkp}} = \frac{mg\sin\alpha}{m + \dfrac{\Theta}{R^2}} = \frac{g\sin\alpha}{1 + \dfrac{\Theta}{mR^2}} = \frac{g\sin\alpha}{1 + \dfrac{\frac{1}{2}mR^2}{mR^2}} = \frac{g\sin\alpha}{\dfrac{3}{2}} = \frac{2}{3}g\sin\alpha = 1{,}14\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Süllyedés közben az ω_0 szögsebesség eléréséhez szükséges idő:

$$\omega_1 = \omega_0 = \beta' t_2 \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{\omega_0}{\beta'}.$$

A szöggyorsulás tiszta gördülés esetén:

$$\beta' = \frac{a_{\text{tkp}}}{R} = 3{,}8\,\frac{1}{\text{s}^2}.$$

Beírva az új szöggyorsulás értékét, megkaphatjuk az indulástól számított időt:

$$t_2 = \frac{\omega_0}{\beta'} = 4{,}2\,\text{s}.$$

A lejtőre helyezés pillanatától számítva tehát

$$t = t_1 + t_2 = 5{,}6\,\text{s}$$

múlva lesz szögsebességének nagysága a kezdetivel egyenlő (természetesen ellentétes irányú).

b) A mozgásegyenletből a tapadó súrlódási erő:

$$S' = mg\sin\alpha - ma_{\text{tkp}} = m\left(g\sin\alpha - \frac{2}{3}g\sin\alpha\right) = \frac{mg\sin\alpha}{3}$$

a csúszási súrlódási erő:

$$S = mg\sin\alpha,$$

a kettő aránya:

$$\frac{S'}{S} = \frac{\dfrac{mg\sin\alpha}{3}}{mg\sin\alpha} = \frac{1}{3},$$

vagyis a súrlódási erő egyharmadára csökkent, vagyis bizonyosan elegendő volt a folyamat folytatásához a lejtő érdessége.

Megjegyzés: A korong kezdeti "egyensúlyi állapota" alapján belátható, hogy a lejtő és a korong közötti csúszási súrlódási együttható $\mu = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}18$, tehát a lejtő valóban csak kissé érdes.

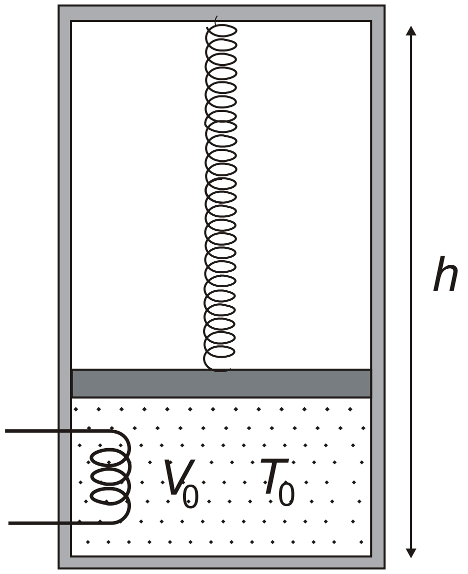
3. feladat

Hőszigetelő falú, h magasságú, V_h térfogatú hengert egy súrlódásmentesen mozgó, elhanyagolható tömegű, hőszigetelő dugattyú oszt két részre. A dugattyúhoz az ábrának megfelelően egy rugó csatlakozik, amelynek nyújtatlan hossza h. Az alsó részben $V_0 = V_h/3$ térfogatú, T_0 hőmérsékletű héliumgáz található. A felső részben a nyomás értéke elhanyagolható. Az alsó részben lévő gázt lassan melegíteni kezdjük.

a) Ábrázoljuk a gáz abszolút hőmérsékleti skálán mért hőmérsékletét a térfogatának függvényében, amíg a dugattyú $h/3$ magasságról $2h/3$ magasságra jut.

Megmutatható, hogy a melegítés közben a gáz mólhője állandó.

b) Határozzuk meg a folyamat közben a gáz mólhőjét!



Megoldás

a) Jelöljük a dugattyú keresztmetszetét A-val, a rugó direkciós erejét D-vel, a gáz nyomását p-vel, térfogatát V-vel, hőmérsékletét T-vel. A rugó összenyomódása a feltételek miatt:

$$x = \frac{V}{A},$$

ahol x megegyezik az alsó rész magasságával. A dugattyú egyensúlyi helyzetéből:

$$pA = F_r = D\frac{V}{A}, \quad \rightarrow \quad p = \frac{DV}{A^2}, \tag{3}$$

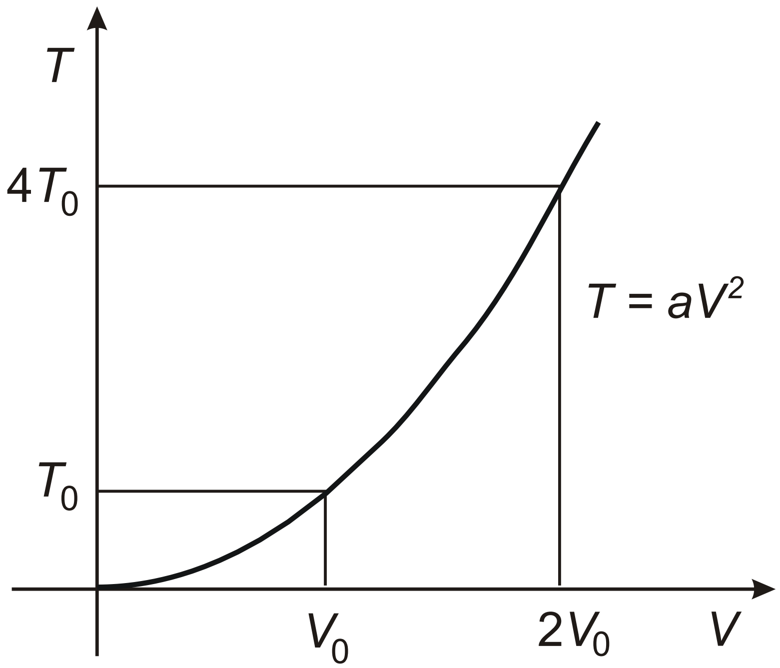
vagyis a nyomás egyenesen arányos a gáz térfogatával. Az egyesített gáztörvénnyel megadhatjuk a hőmérséklet térfogatfüggését:

$$\begin{aligned} \frac{p_0V_0}{T_0} &= \frac{pV}{T}, \\ \frac{{V_0}^2 D}{A^2 T_0} &= \frac{V^2 D}{A^2 T}, \\ T &= \frac{T_0}{{V_0}^2}V^2. \end{aligned}$$

Használjuk fel, hogy $V_0 = V_h/3$. Ekkor

$$T = 9 \cdot \frac{T_0}{{V_h}^2}V^2.$$

Tehát az abszolút hőmérsékleti skálán mért hőmérséklet a gáz térfogatának négyzetével egyenesen arányos. Mivel esetünkben a térfogat kétszereződik, így a hőmérséklet négyszereződik, a grafikon pedig egy parabolaív lesz.



b) A hőtan I. főtétele miatt a gázzal közölt hő növeli a belső energiát és fedezi a tágulási munkát, amely esetünkben csak a rugó összenyomódására fordítódik.

$$\begin{aligned} Q &= \Delta E_\mathrm{b} + W_\mathrm{r}, \\ Q &= Cn\Delta T, \\ \Delta E_\mathrm{b} &= \frac{f}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T, \\ W_\mathrm{r} &= \frac{1}{2}D{x_2}^2 - \frac{1}{2}D{x_1}^2 = \frac{1}{2}D\frac{{V_2}^2}{A^2} - \frac{1}{2}D\frac{{V_1}^2}{A^2}. \end{aligned} \tag{4}$$

A (3) egyenletből:

$$D = \frac{pA^2}{V},$$

amelyet a (4) egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$\begin{aligned} W_\mathrm{r} &= \frac{1}{2}p_2V_2 - \frac{1}{2}p_1V_1 = \frac{1}{2}nRT_2 - \frac{1}{2}nRT_1 = \frac{1}{2}nR\Delta T, \\ Q &= \frac{3}{2}nR\Delta T + \frac{1}{2}nR\Delta T, \\ Cn\Delta T &= 2nR\Delta T, \\ C &= 2R. \end{aligned}$$

Tehát a gáz mólhője $2R$.

Megjegyzés: A gáz állapotváltozása során pV^{-1} = állandó, így a politropikus állapotváltozásokra (pV^n = állandó) vonatkozó mólhő összefüggésből is meghatározhatjuk a gáz folyamatbeli mólhőjét. Az n kitevőjű politropikus folyamat fajhője:

$$C_n = C_v\frac{\kappa - n}{1 - n}, \quad \text{ahol} \quad \kappa = \frac{C_p}{C_v}.$$

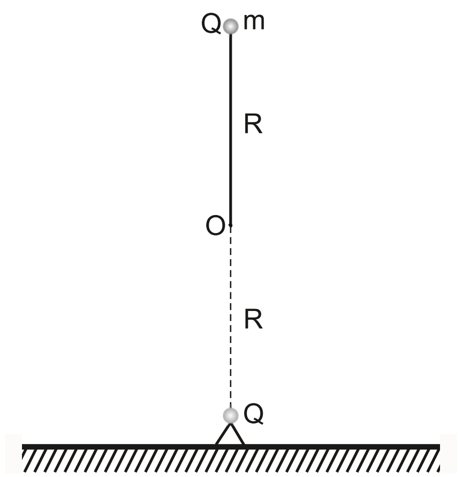
Mivel esetünkben $n = -1$, $\kappa = 5/3$ és $C_v = 3R/2$, így összefüggésünk szerint $C_{n=-1} = 2R$, egyezésben az előző meggondolással. Érdekességként jegyezhetjük meg, hogy ilyen esetekben a mólhő az állandó térfogaton és az állandó nyomáson vett mólhők számtani közepe.

4. feladat

Egy Q töltésű gyöngyszemet a talajhoz rögzítünk, egy másik, m tömegű, Q töltésű gyöngyszemet pedig egy R hosszúságú fonál végére erősítünk. A fonál O felfüggesztési pontja a talajhoz rögzített gyöngyszem felett R magasságban van.

a) A gyöngyszemeknek akkora töltést adunk, hogy az ábra szerinti függőleges helyzetben a fonálban ne ébredjen erő. A felső gyöngyszemet az ábra síkjában a fonálra merőleges irányban, elhanyagolható mértékben kibillentjük az egyensúlyi helyzetéből. Határozzuk meg a gyöngyszem helyzetét abban a pillanatban, amikor a sebessége maximális lesz. Mekkora a sebesség maximális értéke?

b) Mekkorának kell lennie a gyöngyszemek töltésének ahhoz, hogy a függőleges helyzet stabil egyensúlyi helyzet legyen?

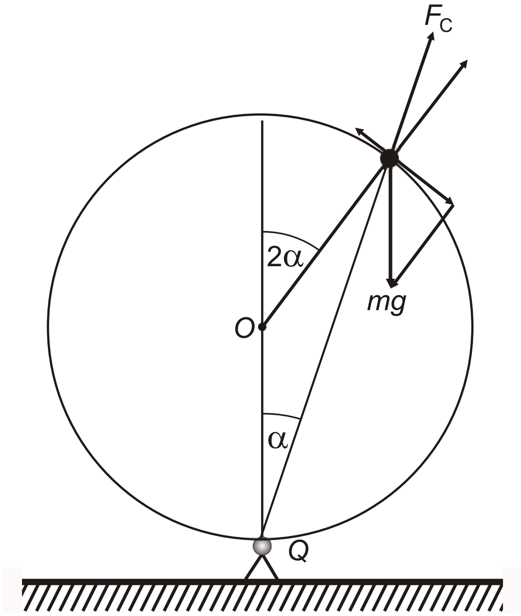


Megoldás

a) Ha a függőleges helyzetben $K = 0$, akkor

$$mg = \frac{kQ^2}{4R^2}. \tag{5}$$

Vegyük fel az ábrán látható 2α szögkitérésű helyzetben a gyöngyszemre ható erőket!



Bontsuk fel a Coulomb-erőt és a nehézségi erőt sugárirányú és érintő irányú komponensekre. A sebesség addig növekszik, amíg a nehézségi erő érintő irányú komponense nagyobb a Coulomb-erő érintő irányú komponensénél. Kihasználva pl. a kerületi és középponti szögek tételét:

$$F_C \cdot \sin\alpha \le mg \sin 2\alpha,$$

$$\frac{kQ^2}{4R^2\cos^2\alpha} \cdot \sin\alpha \le mg \sin 2\alpha. \tag{6}$$

Az (5) és a (6) összefüggésekből kapjuk:

$$\begin{aligned}
\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} &\le 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha, \\
\frac{1}{2} &\le \cos^3\alpha, \\
\sqrt[3]{\frac{1}{2}} &\le \cos\alpha, \\
\alpha &\le 37{,}47^\circ, \\
\alpha_{\max} &\approx 37{,}47^\circ.
\end{aligned}$$

Az eredményhez úgy is eljuthatunk, hogy E_{pot} minimumát keressük, mert a konzervatív erőterek miatt a sebesség ekkor lesz maximális.

$$\begin{aligned}
E_{\text{pot}} &= \frac{kQ^2}{2R\cos\alpha} + mg\left(R + R\cdot\cos 2\alpha\right), \\
E_{\text{pot}} &= \frac{2mgR}{\cos\alpha} + mg\left(R + R\cdot\cos 2\alpha\right), \\
E_{\text{pot}} &= mgR\cdot\left(\frac{2}{\cos\alpha} + 1 + \cos 2\alpha\right).
\end{aligned}$$

A E_{pot} minimumának meghatározásához használjuk a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenséget:

$$\frac{2}{\cos\alpha} + 1 + \cos 2\alpha \quad = \quad \frac{2}{\cos\alpha} + 2\cos^2\alpha = 3\cdot\frac{\dfrac{1}{\cos\alpha} + \dfrac{1}{\cos\alpha} + 2\cos^2\alpha}{3} \ge$$

$$\geq \quad 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\cos\alpha} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} \cdot 2\cos^2\alpha} = 3 \cdot \sqrt[3]{2}, \tag{7}$$

Az egyenlőség akkor áll fenn, ha

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos\alpha} &= 2\cos^2\alpha, \\ \cos^3\alpha &= \frac{1}{2}, \\ \cos\alpha &= \sqrt[3]{\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

amelyből

$$\alpha \approx 37{,}47^\circ.$$

Megjegyzés: Az eredményhez eljuthatunk differenciálszámítás alkalmazásával is.

A maximális sebesség meghatározásához írjuk fel az energiamegmaradás törvényét!

$$mg2R + \frac{kQ^2}{2R} = mg\left(R + R\cos 2\alpha_\mathrm{m}\right) + \frac{kQ^2}{2R\cos\alpha_\mathrm{m}} + \frac{1}{2}mv_\mathrm{max}^2.$$

Felhasználva az (5) egyenletet:

$$\begin{aligned} 3mgR - mgR \cdot \cos 2\alpha_\mathrm{m} - \frac{2mgR}{\cos\alpha_\mathrm{m}} &= \frac{1}{2}mv_\mathrm{max}^2, \\ gR\left(6 - 2\cos 2\alpha_\mathrm{m} - \frac{4}{\cos\alpha_\mathrm{m}}\right) &= v_\mathrm{max}^2, \\ 4gR\left(2 - \cos^2\alpha_\mathrm{m} - \frac{1}{\cos\alpha_\mathrm{m}}\right) &= v_\mathrm{max}^2, \\ v_\mathrm{max} &= 2 \cdot \sqrt{\left(2 - \frac{3}{2}\sqrt[3]{2}\right)Rg} \approx 0{,}66\sqrt{Rg}. \end{aligned}$$

Tehát a gyöngyszem maximális sebessége közelítőleg $v_\mathrm{max} \approx 0{,}66\sqrt{Rg}$, és ezt $\alpha \approx 37{,}47^\circ$ helyzetben éri el.

b) A stabilitás feltétele, hogy kis kitéréseknél a Coulomb-erő érintő irányú komponense nagyobb legyen a nehézségi erő érintő irányú komponensénél:

$$\begin{aligned} F_C \cdot \sin\alpha &> mg\sin 2\alpha, \\ \frac{kQ^2}{4R^2\cos^2\alpha} \cdot \sin\alpha &> mg\sin 2\alpha. \end{aligned}$$

Ha α „kicsi”, akkor $\sin\alpha \approx \alpha$ és $\cos\alpha \approx 1$ közelítések alkalmazásával:

$$\begin{aligned} \frac{kQ^2}{4R^2} \cdot \alpha &> mg2\alpha, \\ Q &> 2R\sqrt{\frac{2mg}{k}}. \end{aligned}$$

Tehát a gyöngyszem töltésének $2R\sqrt{2mg/k}$-nál nagyobbnak kell lenni a stabil egyensúlyi helyzethez.

Megjegyzés: Ez a töltés az *a)* részben szereplő labilis egyensúlyi helyzet töltésének $\sqrt{2}$-szerese.

Értékelési útmutató

1. feladat

a)	Tehetetlenségi nyomaték meghatározása:	4 pont
	Mozgási energia helyes felírása:	2 pont
	Rudak helyzeti energiájának felírása:	2 pont
	Összes helyzeti energia felírása:	1 pont
	Energiaegyenlet helyes felírása:	2 pont
	Nehezék sebességének kiszámítása:	1 pont
b)	A forgatónyomaték kiszámítása:	2 pont
	Forgásegyenlet helyes felírása:	1 pont
	Közelítés alkalmazása:	2 pont
	Analógia alkalmazása:	2 pont
	A lengésidő és a kérdézett idő megadása:	1 pont
	Összesen:	**20 pont**

2. feladat

a)	A korong mozgásszakaszainak helyes felismerése:	6 pont
	Az első fázisbeli szöggyorsulás meghatározása:	2 pont
	A legördülés megkezdéséig eltelt idő meghatározása:	2 pont
	A gördülő korong tömegközéppont-gyorsulásának meghatározása:	2 pont
	A tiszta gördülés szöggyorsulásának meghatározása:	2 pont
	A lejtőre helyezés pillanatától számított idő meghatározása:	3 pont
b)	A két súrlódási erő arányának helyes megadása:	3 pont
	Összesen:	**20 pont**

3. feladat

a)	A dugattyú egyensúlyi helyzetének felírása:	2 pont
	$T(V)$ függvény felírása a megadott $(V_h; T_0)$ adatokkal:	4 pont
	$T - V$ grafikon helyes ábrázolása:	4 pont
b)	A hőtan I. főtételének helyes felírása:	2 pont
	A rugó összenyomására fordított munka felírása a gáz állapothatározóival:	4 pont
	A mólhő helyes megadása:	4 pont
	Összesen:	**20 pont**

4. feladat

a)	Függőleges helyzetben az erőviszonyok helyes felírása:	1 pont
	2α szögkitérésű helyzetben az erők helyes megrajzolása és komponensekre való bontása:	2 pont
	A maximális sebességű helyzet felismerése:	2 pont
	Az érintőirányú erők közötti egyenlőtlenség helyes felírása:	2 pont
	A maximális sebességhez tartozó szögérték helyes megadása:	2 pont
	Az energiamegmaradás törvényének helyes felírása:	3 pont
	A maximális sebesség helyes megadása:	2 pont
b)	Stabilitás feltételének felírása:	2 pont
	Közelítések helyes alkalmazása:	2 pont
	A töltés helyes meghatározása:	2 pont
	Összesen:	**20 pont**

Amennyiben a versenyző a potenciális energia minimumának keresésével határozza meg a maximális sebességű gyöngyszem helyzetét, akkor a következőképp pontozzuk a megoldást:

a)	Függőleges helyzetben az erőviszonyok helyes felírása:	1 pont
	A maximális sebességű helyzet felismerése:	2 pont
	2α szögkitérésű helyzetben a potenciális energia helyes felírása:	2 pont
	A potenciális energia minimumának meghatározása:	2 pont
	A maximális sebességhez tartozó szögérték helyes megadása:	2 pont
	Az energiamegmaradás törvényének helyes felírása:	3 pont
	A maximális sebesség helyes megadása:	2 pont
b)	Stabilitás feltételének felírása:	2 pont
	Közelítések helyes alkalmazása:	2 pont
	A töltés helyes meghatározása:	2 pont
	Összesen:	**20 pont**

A megoldásban vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és helyes végeredményre vezetnek, az alkérdésekre adható teljes pontszám jár.