

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2013/2014-es tanév
3. (döntő) forduló
kezdők I. kategória

Feladatok

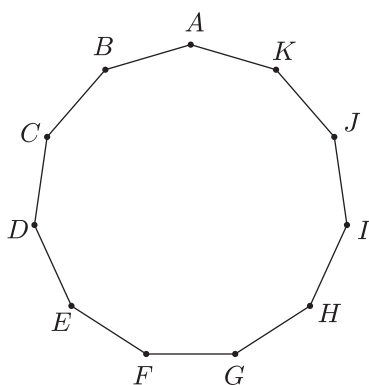
1. Határozza meg azokat az x , y , z valós számokat, amelyek megoldásai az alábbi egyenletrendszernek!

$$\left. \begin{aligned} x + [y] + \{z\} &= 3,4 \\ [x] + \{y\} + z &= 4,5 \\ \{x\} + y + [z] &= 5,3 \end{aligned} \right\}$$

($[a]$ az a valós szám egészrészét jelöli, azaz azt a legnagyobb egész számot, amely nem nagyobb, mint a . $\{a\}$ az a valós szám törtrészét jelöli, azaz az a számnak és a egészrészének a különbségét: $\{a\} = a - [a]$.)

2. a) Adjon meg egy olyan különböző pozitív egész számokból álló 10 elemű halmazt, amelyre teljesül, hogy bármely 6 elemének összege nem osztható 6-tal!

b) Bizonyítsa be, hogy nem létezik olyan különböző pozitív egész számokból álló 11 elemű halmaz, amelyre teljesül, hogy bármely 6 elemének összege nem osztható 6-tal!



3. Adott az a oldalhosszúságú $ABCDEFGHIJK$ szabályos 11-szög. Legyen az AE átlónak és a CF átlónak a metszéspontja M !

Bizonyítsa be, hogy fennáll az $AF = AM + a$ összefüggés!