

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2015/2016-os tanév

3. (döntő) forduló

kezdők I. kategória

1. Hány olyan $p > q > 0$ számpár van, amelynek tagjai prímszámok és $p^4 - q^4$ -nek 8-nál kevesebb pozitív osztója van?

2. Andris és Bence a következő játékot játsszák: feldobnak egy pénzérmét, és ha a dobás eredménye fej, akkor Andris, ha pedig írás, akkor Bence kap 1 pontot. A játékot az nyeri meg, aki legalább 5 pontot szerez, legalább 2 pont különbséggel. A játékot végül Andris nyerte meg 12:10-re.
Hány különböző dobássorozat vezethetett ehhez az eredményhez?

3. Egy háromszög AB oldala 10 cm. Az A csúcsból kiinduló súlyvonal 9 cm, a B csúcshoz tartozó súlyvonal pedig 12 cm hosszú. Igazoljuk, hogy az AC oldal A -hoz közelebbi negyedelő pontja $\sqrt{13}$ cm-re van a háromszög súlypontjától!