

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2018/2019-es tanév
3. (döntő) forduló
Haladók II. kategória

Feladatok

1. Keressük meg azokat a pozitív egészekből álló rendezett $(a; b)$ számpárokat, amelyekre az

$$\frac{a^3b - 1}{a + 1} \quad \text{és a} \quad \frac{b^3a + 1}{b - 1}$$

kifejezés értéke is pozitív egész szám.

7 pont

2. Egy háromszögnek három különböző nagyságú hegyesszöge van. Képezzük mindegyik oldalánál az oldalfelezési pont és a magasságvonal talppontja közti távolság és az oldalhoz tartozó magasság hányadosát. Bizonyítsuk be, hogy az egyik hányados a másik két hányados összege.

7 pont

3. Egy 1 egység oldalú szabályos tízszöget véges sok 1 egység oldalú rombuszra osztunk fel. Két rombuszra azt mondjuk, hogy ugyanolyan fajta, ha egybevágók. Bizonyítsuk be, hogy a tízszög bármely, 1 egység oldalú rombuszokra történő felosztásában ugyanannyi rombusz szerepel, sőt az egyes fajta rombuszokból is minden esetben ugyanannyi van.

7 pont