Haladók III. kategória 2. (döntő) forduló

1. Felírtunk a táblára 2^n darab pozitív egész számot tetszőleges sorrendben egymás után. Ezen számok összes prímosztója n prím közül kerül ki. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható ezen számok egy nem üres részhalmaza, amelynek elemei a felírt sorban egymást utániak, és a részhalmaz elemeinek szorzata négyzetszám! **7 pont**

2. Az x, y, z pozitív valós számok szorzata 1. Bizonyítsuk be, hogy

$$K(x,y,z) = \frac{x}{y+z+3} + \frac{y}{x+z+3} + \frac{z}{x+y+3} \geq \frac{3}{5}$$

7 pont

3. Az ABC háromszög belsejében található D pontra $CAD\sphericalangle = DCA\sphericalangle = 30^\circ$ és $ABD\sphericalangle = 60^\circ$. Legyen E a BC oldal felezőpontja, F pedig a CA oldal C-hez közelebbi harmadolópontja. Igazoljuk, hogy $DE \perp EF$. **7 pont**