

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2021/2022-es tanév

Haladók II. kategória 1. forduló

Feladatok

1. Melyik az az ötjegyű négyzetszám, amelynek (balról jobbra olvasva) első számjegye 2, negyedik számjegye pedig 5? **7 pont**
2. Az r_1 sugarú, K_1 középpontú kör és az r_2 sugarú, K_2 középpontú kör kívülről érintik egymást a P pontban. Legyen e a két kör közös külső érintője, azaz e egy olyan egyenes, amely mindkét kört érinti, és nem megy át a P ponton. Igaz-e, hogy a K_1K_2 átmérőjű kör érinti az e egyenest? **7 pont**
3. Az 1, 2, 3, ..., 36, 37 számok közül kiválasztunk két különböző számot, amelyek szorzata megegyezik a ki nem jelölt 35 szám összegével. Melyik lehetett a két kiválasztott szám?
4. Az x, y, z valós számok teljesítik az alábbi egyenlőséget:
$$|x - y| = 2|y - z| = 3|z - x|.$$
Igazoljuk, hogy $x = y = z$. **7 pont**
5. Szétbontható-e a $H = \{1; 2; 3; \dots; 2021\}$ halmaz olyan részhalmazokra, amelyek mindegyikében a legnagyobb elem az adott részhalmaz többi elemének összegével egyenlő? (A szétbontás úgy értendő, hogy a részhalmazoknak nincs közös elemük, és az uniójuk kiadja a H halmazt.) **7 pont**