

Kezdők I–II. kategória 2. és III. kategória 1. forduló

Feladatok

1. Négyzetszám-e a $2^{222} + 3^{333} + 4^{444} + 5^{555}$? Válaszodat indokold! **6 pont**

2. a) Egy 3×3 -as négyzet mezőit kiszínezzük a piros, kék, zöld színek valamelyikével az alábbi feltételek szerint:

- az egyik sor mezői egyszínűek,
- egy másik sor kis négyzetei kétféle színnel vannak színezve,
- a harmadikféle sor mezői páronként különböző színűek.

Hányféleképpen valósítható meg a feltételeknek megfelelő színezés?

b) Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat beírjuk egy 3×3 -as négyzet egy-egy mezőjébe úgy, hogy bármely két szomszédos szám szomszédos (közös éllel rendelkező) négyzetbe kerüljön. A négy sarokmezőbe kerülő számok összege 18. Melyik szám kerül középre? **8 pont**

3. Megrajzoljuk egy a, b oldalú paralelogramma minden külső szögfelezőjét.

Milyen sokszöget zárnak közre? Határozzuk meg a keletkezett sokszög átlóinak hosszát! **8 pont**

4. Egy konvex $(2n + 2)$ -szögben berajzolunk n^2 darab átlót. Bizonyítsuk be, hogy a behúzott átlók között lesz olyan, amelyik két páratlan oldalszámú sokszögre vágja szét az eredeti sokszöget. **8 pont**

5. Mi az a racionális szám, amely egyenlő a következő kifejezéssel:

$$\frac{2022}{2} + \frac{2021}{2^2} + \frac{2020}{2^3} + \dots + \frac{4}{2^{2019}} + \frac{3}{2^{2020}} + \frac{2}{2^{2021}}$$

10 pont