

# Kezdők I. kategória 3. (döntő) forduló

## Feladatok

1. Adjuk meg azokat a  $p, q$  pozitív prímszámokat és  $n$  pozitív egészt, amelyekre

$$n^2 + 1 = (p^2 + 1)(q^2 + 1).$$

**10 pont**

2. Egy vacsorán a házigazdán kívül  $2n$  személy vesz részt ( $n$  pozitív egész szám). A házigazda a vacsora végén megkérdezi minden vendégtől, hogy hány emberrel koccintott a jelenlévők közül. Mindenki különböző választ ad. Hány vendéggel koccintott a házigazda?

**10 pont**

3. A hegyesszögű  $ABC$  háromszögben a  $BC$  oldal felezőpontja  $F$ , a  $B$  csúcshoz tartozó belső szögfelező az  $E$  pontban metszi a  $CA$  oldalt, a  $C$  csúcshoz tartozó magasság talppontja  $D$ . Az így kapott  $DEF$  háromszög minden oldala 5 egység hosszúságú. Mekkora az  $ABC$  háromszög területének pontos értéke?

**10 pont**