

Haladók III. kategória 2. (döntő) forduló

Feladatok

1. Bizonyítsuk be, hogy egyetlen olyan n pozitív egész szám van, amelyre $3n + 1$ és $7n + 4$ is négyzetszám, valamint $n + 7$ prímszám. **7 pont**
2. Az A -nál derékszögű ABC háromszögben $AB > AC$. Legyen az A pont BC egyenesre vonatkozó tükörképe P , az A -ból BP -re állított merőleges talppontja T , míg AT szakasz felezőpontját jelölje F . Az ABC háromszög köréírt k köréhez A -ban húzott érintő a BC egyenest Q -ban metszi, míg a BF egyenes és k (B -től különböző) metszéspontja U . Igazoljuk, hogy a BQ egyenes érinti az AUQ háromszög köréírt körét! **7 pont**
3. Dániel bácsinak 6 kutyája és 6 macskája van. Mivel Dániel bácsi szeret fotózni, az állatairól készített néhány fényképet. A képek előhívása után a következőket vette észre.
 - Mind a 36 lehetséges kutya-macska párosra volt olyan kép, amelyen ez a két állat (esetleg más állatokkal együtt) egy képen szerepelt.
 - Egyetlen képen sem szerepelt mindkét fajta állatból egyszerre több. (Az előfordulhatott, hogy egy képen egy kutya és több macska volt, vagy egy macska és több kutya volt.)
 - Bármely állat legfeljebb négy képen szerepelt.Hány fotót készített Dániel bácsi? **7 pont**