

**Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**  
**2023/2024-es tanév**

**Haladók II. kategória 3. (döntő) forduló**

**Feladatok**

1. Melyek azok a konvex sokszögek, amelyekben az átlók száma prímszám?  
**7 pont**
2. Oldjuk meg a valós számok halmazán az  $\{x\} = \frac{x + [x] + (x)}{16}$  egyenletet, ahol  $[a]$  az  $a$  valós szám egész részét,  $\{a\}$  az  $a$  törtrészét, míg  $(a)$  az  $a$  egészre kerekített értékét jelöli.  
**7 pont**
3. Legyenek  $A, B$  és  $C$  egy  $e$  egyenes pontjai úgy, hogy a  $B$  az  $AC$  szakasz belső pontja. Az  $AB$  és  $BC$  szakaszokra olyan  $ABD$  és  $BCE$  szabályos háromszögeket rajzolunk, amelyek  $D$  és  $E$  csúcsai az  $e$  egyenes által meghatározottak közül azonos félsíkba esnek. Legyen  $M$  az  $AE$ , míg  $N$  a  $CD$  szakasz felezőpontja, továbbá az  $AE$  és  $BD$  szakaszok metszéspontja  $G$ , a  $CD$  és  $BE$  szakaszok metszéspontja pedig  $H$  pont. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az  $MNB$  háromszög szabályos, és a  $GH$  szakasz párhuzamos az  $e$  egyenessel.  
**7 pont**