

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2023/2024-es tanév

Haladók III. kategória 2. (döntő) forduló

Feladatok

1. Jelölje D az ABC háromszög körülírt körén az A csúcsot nem tartalmazó BC körív felezőpontját. Az ABC háromszög beírt köre érintse a háromszög BC , illetve CA oldalát a P , illetve a Q pontban. Keressük meg annak a pontos feltételét, hogy D , P és Q egy egyenesre essen. **7 pont**
2. Minden pozitív egész számot pirosra vagy kékre színezzünk az alábbiak szerint:
– Az 1 piros.
– Legyen $k > 1$. Ha k előállítható nála kisebb, csupa különböző piros szám szorzataként, akkor k -t kékre színezzük, ha nem állítható elő ilyen módon, akkor pirosra.
(Például a 2 és a 3 piros, de a 6 kék.)
Melyek a piros színű számok? **7 pont**
3. Megadható-e négy valós szám úgy, hogy teljesüljön a következő négy feltétel mindegyike:
(1) legyen közöttük három olyan, amelyeknek az összege is és a szorzata is racionális,
(2) legyen közöttük három olyan, amelyeknek az összege racionális, a szorzata irracionális,
(3) legyen közöttük három olyan, amelyeknek az összege irracionális, a szorzata racionális, és
(4) legyen közöttük három olyan, amelyeknek az összege és a szorzata is irracionális? **7 pont**