

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2023/2024-es tanév

Kezdők I–II. kategória 2. forduló

Feladatok

1. Ádám kiszámította a $10^{2023} + 10^{2018} + 10^{2013} + \dots + 10^{18} + 10^{13} + 10^8 + 10^3$ összeget, és leírta az eredményt. Hány darab 0 számjegyet írt le Ádám? **6 pont**
2. Egy $ABCD$ négyzet CD oldalára kifelé szabályos háromszöget rajzolunk, amelynek harmadik csúcsa E . Rajzoljuk meg az ABE háromszög körülírt körét. Bizonyítsuk be, hogy ennek a körnek a sugara és az $ABCD$ négyzet oldala egyenlő. **8 pont**
3. Van 9 kártyánk, amelyekre rendre az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok vannak felírva úgy, hogy minden lapon pontosan egy számjegy található. Az összes kártya felhasználásával számokat alakítunk ki (például 8, 213, 49 és 657). Mennyi a képzett számok összegének a legkisebb értéke,
a) ha az összes képzett szám prím, illetve
b) ha az összes kialakított szám összetett? **8 pont**
4. Egy légitársaság járataira egy személy csak adott tömegű csomagot vihet magával ingyenesen, ezen felül kilogrammonként valamekkora pótdíjat kell fizetni. Egy házaspár együtt 99 kg tömegű csomagot vitt magával, amiért 90, illetve 120 dollár pótdíjat fizettek. Egy másik utasnak egyedül 99 kg tömegű csomagja volt, és ezért 402 dollár pótdíjat fizetett. Mekkora tömegű poggyász vihető fel a gépre személyenként díjmentesen? Mennyi volt a házaspár poggyászainak tömege? **8 pont**
5. Egy 10×10 -es táblázat minden mezőjét pirosra, fehérre vagy zöldre színezzük. A táblázatban 20 piros mező található, és az oldalszomszédos egységnégyzetek mindig különböző színűek. A két szomszédos mezőből álló részeket tekinthetjük egy dominónak. Egy dominót nevezünk jónak, ha egyik része zöld, a másik pedig fehér színű.
a) Bizonyítsuk be, hogy a táblázatból mindig ki lehet vágni 30 jó dominót.
b) Adjunk példát olyan táblázatra, amiből 40 jó dominót lehet kivágni.
c) Konstruáljunk olyan táblázatot, amelyből nem lehet 30-nál több jó dominót kivágni. **10 pont**