

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1997/1998 10. évfolyam 3. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Az x , y és z pozitív egészek mely értékeire lesz a $4^x+4^y+4^z$ kifejezés értéke négyzetszám?

2. feladat

Egy tetraéder csúcsainál összeadjuk a csúcsból kiinduló élek egymással bezárt szögeit. Bizonyítsuk be, hogy ha a négy csúcsnál kapott összeg mind egyenlő egymással, akkor a tetraéder lapjainak körülírt körei egyenlő sugarúak.

3. feladat

Ketten a következő játékot játsszák. Egy 100 kavicsot tartalmazó halomból felváltva vesznek el, és az nyer, aki az utolsó kavicsot elveszi. Korlátozva van azonban az, hogy hány kavicsot lehet elvenni. A Kezdőnek egy kavicsot kell elvennie, utána a Második elvehet egyet vagy kettőt, ezután újra a Kezdő jön, és egy, két vagy három kavicsot vehet el. Általában az n -edik lépésben az éppen sorra következő játékos legalább egy, de legfeljebb n kavicsot vehet el.

Kinek van nyerő stratégiája?

Mi a helyzet akkor, ha 1998 kaviccsal játszanak?