

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

### 1998/1999 10. évfolyam 3. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

#### 1. feladat

Egy táblára felírtuk az  $1, p, p^2, \dots, p^{2n}$  számokat, ahol  $p$  pozitív prímszám,  $n$  pedig pozitív egész szám. Egy lépésben bármely két szám letörölhető, ha helyükbe a letörölt két szám különbségének abszolút értékét írjuk. Ezt az eljárást addig folytatjuk, amíg egyetlen szám marad a táblán. Jelölje a leírt eljárással kapható számok maximumát  $M$ , minimumát  $m$ . Mennyi  $p$  értéke, ha tudjuk, hogy  $M+m$  négyzetszám?

#### 2. feladat

Oldjuk meg az  $x^3+y^3+3xy=1$  egyenletet a valós számpárok körében, ha tudjuk, hogy  $x+y>0$ .

#### 3. feladat

Bizonyítsuk be, hogy ha az  $ABC$  háromszögben  $ACB \angle = 45^\circ$ , akkor a háromszög lefedhető két,  $\frac{AB}{2}$  sugarú körlappal!