



2021. április 12., hétfő

4. Feladat Legyen az ABC háromszög beírt körének középpontja I és legyen D egy tetszőleges pont a BC oldalon. Legyen a D ponton átmenő BI -re merőleges egyenes és a CI egyenes metszéspontja E . Legyen a D ponton átmenő CI -re merőleges egyenes és a BI egyenes metszéspontja F . Bizonyítsd be, hogy az A pont EF egyenesre vett tükörképe a BC egyenesre esik!

5. Feladat Egy síknak van egy különleges pontja O , amit középpontnak hívunk. Legyen P egy 2021 pontból álló halmaz a síkon, melyre

(i) semelyik három P -beli pont nem esik egy egyenesre és

(ii) semelyik két P -beli pont nem esik egy a középponton átmenő egyenesre.

Egy háromszöget, melynek az összes csúcsa P -ben van *kövérek* hívunk, ha O szigorúan a háromszög belsejébe esik. Keresd meg a kövér háromszögek maximális számát!

6. Feladat Létezik-e olyan nemnegatív egész szám a , melyre az

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

egyenletnek több, mint egy millió különböző (m, n) megoldása van, ahol m és n pozitív egész számok?

Az $\lfloor x \rfloor$ kifejezés az x valós szám (alsó) egészrészét jelöli. Tehát $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ és $\lfloor 0 \rfloor = 0$.