



OKTATÁSI HIVATAL

**A 2021/2022. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
első forduló**

**MATEMATIKA I. KATEGÓRIA**  
(szakgimnázium, technikum)  
**FELADATLAP**

1. Egy 37 fős osztály dolgozatot írt. Bárhogyan is választunk ki az osztályból 7 diákot, mindig lesz a kiválasztottak között legalább 2 olyan tanuló, akinek azonos lett a dolgozatra kapott pontszáma. Bizonyítsa be, hogy van az osztályban legalább 4 fiú vagy 4 lány, akinek azonos lett a pontszáma.
2. Az  $ABCD$  téglalapot egyik belső  $P$  pontján keresztül az oldalakkal párhuzamos egyenesekkel négy téglalagra osztottuk fel. Az így kapott téglalapok oldalhosszai egész számok. Közülük kiválasztható két olyan téglalap, amelyeknek egyetlen közös csúcsa  $P$ , és a téglalapok területe 11 és 47 területegység. Mekkora annak az egész oldalhosszúságú négyzetnek az oldala, amelyik ugyanakkora területű, mint az  $ABCD$  téglalap?
3. Ádám összeszorozott két tízes számrendszerben felírt pozitív kétjegyű számot, és észrevette, hogy ha egymás után írta volna őket, akkor a szorzat kétszeresét kapta volna. Melyik két számot szorozta össze Ádám?
4. Határozza meg a  $p$  valós paraméter értékét, ha tudjuk, hogy a  $p \cdot 10^x + 10^{-x} = 10$  egyenletnek csak egyetlen valós megoldása van.
5. Az  $ABCD$  téglalap  $BC$  és  $DA$  oldalainak felezőpontja rendre  $E$ , illetve  $F$ , az  $FA$  szakasz felezőpontja  $N$ , a  $BF$  és  $EN$  szakaszok metszéspontja  $M$ . Milyen arányban osztja a  $CM$  egyenes az  $EF$  szakaszt?
6. Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza növekvő sorrendben  $p+q$ ,  $3pq-2$ ,  $3pq-1$ . Adja meg a háromszög oldalainak hosszát, ha  $p$  és  $q$  pozitív prímszámok.

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-21-A0002 projekt támogatja

