OKTATÁSI HIVATAL

2022/2023. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)
Javítási-értékelési útmutató

1. Bizonyítsa be, hogy a $3^n - 2n^2 - 1$ kifejezés értéke minden pozitív egész n szám esetén osztható 8-cal.

Első megoldás:

Az állítást n szerinti teljes indukcióval bizonyítjuk. 1 pont

A $3^n - 2n^2 - 1$ kifejezés értéke $n = 1$ esetén 0, és $8 \mid 0$ teljesül. 1 pont

Feltesszük, hogy az állítás igaz valamely pozitív egész n-re, azaz $8 \mid 3^n - 2n^2 - 1$, és ennek segítségével megmutatjuk, hogy $n+1$-re is igaz, azaz $8 \mid 3^{n+1} - 2(n+1)^2 - 1$. 1 pont

Kialakítjuk az indukciós feltevést:

$$3^{n+1} - 2(n+1)^2 - 1 = 3 \cdot 3^n - 2n^2 - 4n - 3 = \qquad \text{1 pont}$$

$$= 3 \cdot \left(3^n - 2n^2 - 1\right) + 4n^2 - 4n = \qquad \text{2 pont}$$

$$(1) \qquad = 3 \cdot \left(3^n - 2n^2 - 1\right) + 4n\left(n-1\right). \qquad \text{1 pont}$$

Az (1) kifejezésben álló első tag az indukciós feltevés alapján osztható 8-cal. 1 pont

Mivel az (1) kifejezésben álló második tagban $n-1$ és n egymást követő egész számok, ezért valamelyikük biztosan páros, így szorzatuk 4-szerese osztható 8-cal. Tehát az (1) kifejezésben 8-cal osztható számok összege áll.

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk. 2 pont

Összesen: 10 pont

Az Országos Középiskolai Tanulmányi versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-22-A0002 projekt támogatja

Második megoldás:

Először igazoljuk az állítást $n = 2k$-ra, ahol k pozitív egész számot jelöl. Ekkor

$$3^n - 2n^2 - 1 = 3^{2k} - 2(2k)^2 - 1 = 9^k - 1 - 8k^2.$$ 2 pont

Az utolsó tag osztható 8-cal, továbbá a

(1) $$9^k - 1 = 9^k - 1^k = (9-1)\cdot\left(9^{k-1} + 9^{k-2} + \ldots + 9 + 1\right)$$ 2 pont

szorzattá bontásból látható, hogy $9^k - 1$ szintén osztható 8-cal. Mivel 8-cal osztható számok különbsége is osztható 8-cal, így $n = 2k$-ra a feladat állítását bebizonyítottuk. 1 pont

Most vizsgáljuk a $3^n - 2n^2 - 1$ kifejezés 8-cal való oszthatóságát $n = 2k+1$ esetén, ahol k nemnegatív egész szám. Ekkor

$$3^n - 2n^2 - 1 = 3^{2k+1} - 2(2k+1)^2 - 1 = 3^{2k+1} - 3 - 8k^2 - 8k.$$ 2 pont

Az utolsó két tag mindegyike osztható 8-cal, továbbá

$$3^{2k+1} - 3 = 3\cdot\left(3^{2k} - 1\right) = 3\cdot\left(9^k - 1\right),$$ 2 pont

amiből pozitív k esetén az (1) felbontás alapján következik, hogy $3^{2k+1} - 3$ szintén osztható 8-cal. (Az állítás $k = 0$ esetén nyilvánvalóan teljesül.) Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk. 1 pont

Összesen: 10 pont

2. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^2+(1+x)^2=8.$$

Első megoldás:

A kifejezésben szereplő tört miatt $x \neq 0$. 1 pont

Végezzük el a kijelölt műveleteket, majd csoportosítsuk a tagokat:

$$1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}+1+2x+x^2=8,$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}+2\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0.$$ 1 pont

Vezessünk be egy új ismeretlent, legyen

$$x+\frac{1}{x}=a.$$ 1 pont

Ekkor

$$x^2+\frac{1}{x^2}=a^2-2,$$

és egyenletünk a következő alakba írható:

$$a^2-2+2a-6=0,$$

$$a^2+2a-8=0.$$ 2 pont

A kapott másodfokú egyenlet gyökei $a_1=-4$ és $a_2=2$. 1 pont

Ha $a=-4$, akkor

$$x+\frac{1}{x}=-4,$$

$$x^2+4x+1=0,$$

amelyből $x_1=-2-\sqrt{3}$ és $x_2=-2+\sqrt{3}$. 2 pont

Illetve ha $a=2$, akkor

$$x+\frac{1}{x}=2,$$

$$x^2-2x+1=0,$$

amelyből $x_3=1$. 1 pont

A kapott gyökök valóban kielégítik az egyenletet, amiről behelyettesítéssel meggyőződhetünk. 1 pont

Összesen: 10 pont

Második megoldás:

A kifejezésben szereplő tört miatt $x \neq 0$. 1 pont

A kijelölt műveletek elvégzése, valamint rendezés után azt kapjuk, hogy

$$1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}+1+2x+x^2=8,$$

$$x^4+2x^3-6x^2+2x+1=0.$$ 1 pont

Az egyenlet bal oldalán végezzünk csoportosítást, majd alakítsunk szorzattá:

$$x^4-2x^3+x^2+4x^3-8x^2+4x+x^2-2x+1=0,$$

$$x^2\left(x^2-2x+1\right)+4x\left(x^2-2x+1\right)+\left(x^2-2x+1\right)=0,$$

$$\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2+4x+1\right)=0.$$ 2 pont

Egy szorzat akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla, 1 pont

azaz

$$x^2+4x+1=0,$$

vagy

$$x^2-2x+1=0.$$ 2 pont

Ha $x^2+4x+1=0,$ akkor $x_1=-2-\sqrt{3}$ és $x_2=-2+\sqrt{3}.$ 1 pont

Ha $x^2-2x+1=0.$ akkor $x_3=1.$ 1 pont

A kapott gyökök valóban kielégítik az egyenletet, amiről behelyettesítéssel meggyőződhetünk. 1 pont

Összesen: 10 pont

Harmadik megoldás:

A kifejezésben szereplő tört miatt $x \neq 0$. 1 pont

Alakítsunk ki a bal oldalon teljes négyzetet, majd rendezzük az egyenletet:

$$\left(1+\frac{1}{x}+1+x\right)^2-2\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+x\right)=8,$$

$$\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^2-2\left(x+\frac{1}{x}+2\right)-8=0.$$ 2 pont

Vezessünk be egy új ismeretlent, legyen

$$x+\frac{1}{x}+2=a.$$ 1 pont

Ekkor

$$a^2-2a-8=0.$$ 1 pont

Ennek gyökei $a_1=-2$ és $a_2=4.$ 1 pont

Az első esetben

$$x + \frac{1}{x} + 2 = -2,$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0,$$

amelyből $x_1 = -2 - \sqrt{3}$ és $x_2 = -2 + \sqrt{3}$. 2 pont

Ha pedig $a = 4$, akkor

$$x + \frac{1}{x} + 2 = 4,$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0,$$

amelyből $x_3 = 1$. 1 pont

A kapott gyökök valóban kielégítik az egyenletet, amiről behelyettesítéssel meggyőződhetünk. 1 pont

Összesen: 10 pont

3. Frédi és Béni egy szabályos dobókockával játszik. Frédi dob, Béni pedig Frédi minden dobása után a kocka felső lapján lévő pöttyök mindegyike mellé rajzol még egy-egy pöttyöt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy Frédi harmadik dobásának eredménye páratlan?

Első megoldás:

Vizsgáljuk meg a dobókockán lévő pöttyök számának paritását a harmadik dobás előtt.

I. eset:

A kockán a pöttyök száma 3 lapon páros és 3 lapon páratlan.

Ez abban az esetben fordul elő, ha Frédi elsőre és másodikra is párosat dobott. 1 pont

Az I. eset $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ valószínűséggel következik be. 1 pont

II. eset:

A kocka 4 lapján páros számú, 2 lapján pedig páratlan számú pötty van.

Ekkor Frédi pontosan egyszer dobott páratlan számot, amely után Béni megduplázta a felső lapon levő pöttyök számát, így ezen a lapon is páros számú pötty keletkezett. Ez kétféleképpen történhetett: Frédi elsőre páratlant dobott és másodikra párosat, vagy épp fordítva, elsőre dobott párosat és másodikra páratlant.

Az első lehetőség bekövetkezésének valószínűsége $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, a másodiké $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$. 1 pont

A II. eset valószínűsége az előzőek alapján $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$. 1 pont

III. eset:

A kocka 5 lapján páros számú, 1 lapján pedig páratlan számú pötty van. Ez csak úgy alakulhatott ki, ha Frédi mindkétszer páratlan számot dobott, aminek valószínűsége $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$. 2 pont

Ezek után a harmadik dobás eredménye $\frac{1}{2}$ valószínűséggel páratlan, ha 3 lapon van páros, és 3 lapon páratlan számú pötty, 1 pont

$\frac{1}{3}$ valószínűséggel páratlan, ha 4 lapon páros számú, 2 lapon pedig páratlan számú pötty van. 1 pont

Ha pedig 5 lapon páros számú, 1 lapon páratlan számú pötty van, akkor Frédi $\frac{1}{6}$ valószínűséggel dob páratlan számot. 1 pont

A keresett valószínűség: $p=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{25}{72}$. 1 pont

Összesen: 10 pont

Második megoldás:

Vizsgáljuk meg a dobókockán lévő pöttyök számának paritását az egyes dobások után. Ha Frédi első dobása páratlan és Béni berajzolja a megfelelő pöttyöket, akkor a kockán 4 olyan lap lesz, amelyen páros számú és 2 olyan lap lesz, amelyen páratlan számú pötty van. Ennek valószínűsége $\frac{1}{2}$.

Ha viszont Frédi első dobása páros, akkor végül a kocka 3 lapján páros számú, a másik 3 lapján pedig páratlan számú pötty lesz. Ennek valószínűsége szintén $\frac{1}{2}$. 1 pont

Ha a második dobás előtt a kockán 4 páros és 2 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap van, akkor Frédi páros dobása esetén a páros és páratlan lapok száma nem változik. Ennek valószínűsége $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$. Ha viszont Frédi második dobása páratlan, akkor végül a kockán 5 páros számú pöttyöt és 1 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap lesz. Ennek valószínűsége $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$. 2 pont

Ha a második dobás előtt a kockán 3 páros számú és 3 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap van, akkor Frédi páros dobása esetén a páros és páratlan lapok száma nem változik. Ennek valószínűsége $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. Ha viszont Frédi második dobása páratlan, akkor végül a kockán 4 páros és 2 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap lesz. Ennek valószínűsége $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. 2 pont

Frédi harmadik dobása előtt tehát a következő esetek lehetségesek:

a) 3 páros és 3 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap van, aminek a valószínűsége $\frac{1}{4}$;

b) 4 páros és 2 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap van, aminek a valószínűsége $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$;

c) 5 páros és 1 páratlan számú pöttyöt tartalmazó lap van, aminek a valószínűsége $\frac{1}{6}$. 1 pont

Frédi harmadik dobásra páratlan számot az a) esetben $\frac{1}{2}$ valószínűséggel, 1 pont

a b) esetben $\frac{1}{3}$ valószínűséggel, 1 pont

míg a c) esetben $\frac{1}{6}$ valószínűséggel dob. 1 pont

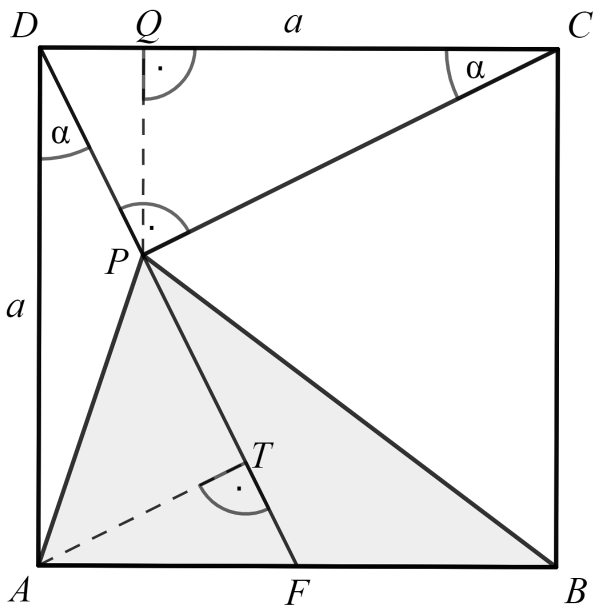
A keresett valószínűség: $p=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{7}{12}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{25}{72}$. 1 pont

Összesen: 10 pont

4. Legyen az $ABCD$ négyzet AB oldalának felezőpontja F, a C csúcsból a DF szakaszra állított merőleges és a DF egyenes metszéspontja pedig P. Határozza meg az ABP háromszög és az $ABCD$ négyzet területének arányát.

Első megoldás:

Az ábra jelöléseit követve jelölje az $ABCD$ négyzet oldalának hosszát a, a P pont DC egyenesre eső merőleges vetületét Q, végül az A pont DF egyenesre eső merőleges vetületét T. Az $ADF\sphericalangle$ és a $PCD\sphericalangle$ merőleges szárú szögpárt alkotnak, ezért $ADF\sphericalangle = PCD\sphericalangle = \alpha$. Ebből adódóan az ADF és PCD derékszögű háromszögek hasonlók egymáshoz.



1 pont

A két háromszög hasonlóságából következik, hogy bármely két egymásnak megfelelő szakaszuk aránya megegyezik, így az átfogók és a hozzá tartozó magasságok arányára

(1) $$\frac{DF}{AT} = \frac{CD}{PQ}.$$ 1 pont

Az ADF háromszögben Pitagorasz-tétele alapján

$$DF^2 = AD^2 + AF^2,$$

$$DF^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2,$$ 1 pont

amiből adódik, hogy

(2) $$DF = a \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}.$$ 1 pont

Az ADF háromszög területét kétféleképp felírva azt kapjuk, hogy

$$\frac{DF \cdot AT}{2} = \frac{AD \cdot AF}{2},$$

$$\frac{a \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot AT}{2} = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{2},$$ 1 pont

amiből egyszerűsítés és rendezés után adódik, hogy

(3) $$AT = a \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}.$$ 1 pont

A (2) és (3) sorok eredményét az (1) összefüggésbe helyettesítve azt kapjuk, hogy

$$\frac{a \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}}{a \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{a}{PQ},$$ 1 pont

amiből

$$PQ = \frac{2}{5}a.$$ 1 pont

Az ABP háromszög AB oldalhoz tartozó magassága ebből adódóan $\frac{3}{5}a$, így az ABP háromszög területe

$$T_{ABP} = \frac{a \cdot \frac{3}{5}a}{2} = \frac{3}{10}a^2,$$ 1 pont

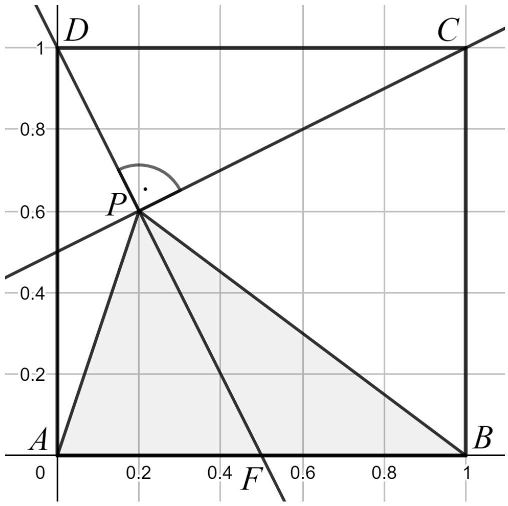
a keresett területek aránya pedig

$$\frac{T_{ABP}}{T_{ABCD}} = \frac{3}{10}.$$ 1 pont

Összesen: 10 pont

Második megoldás:

A négyzet oldalának hossza nem befolyásolja a háromszög és a négyzet területének arányát, ezért legyen az $ABCD$ négyzet oldalának hossza egységnyi, és válasszuk meg a derékszögű koordinátarendszer tengelyeit az ábrának megfelelően. Ekkor a csúcsok koordinátái: $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;1)$, $D(0;1)$.



1 pont

Az AB szakasz F felezőpontjának koordinátái $F\left(\frac{1}{2};0\right)$. 1 pont

A DF egyenes egy irányvektora $\overrightarrow{DF}\left(\frac{1}{2};-1\right)$, az egyenes egyenlete pedig 1 pont

$$DF: 2x + y = 1.$$ 1 pont

A $\overrightarrow{DF}$ vektor a CP egyenes egy normálvektora, ezért a CP egyenes egyenlete 1 pont

$$CP: x - 2y = -1.$$ 1 pont

A P pont koordinátáit a DF és CP egyenesek egyenletéből álló egyenletrendszer megoldásaként kapjuk. A

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

egyenletrendszer megoldása $x = \frac{1}{5}, y = \frac{3}{5}$, amiből $P\left(\frac{1}{5};\frac{3}{5}\right)$ adódik. 2 pont

Az ABP háromszög AB oldalhoz tartozó magassága ebből adódóan $\frac{3}{5}$, így az ABP háromszög területe

$$T_{ABP} = \frac{1 \cdot \frac{3}{5}}{2} = \frac{3}{10},$$ 1 pont

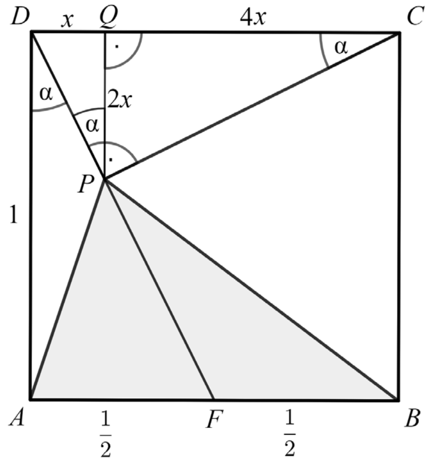
a keresett területek aránya pedig

$$\frac{T_{ABP}}{T_{ABCD}} = \frac{3}{10}.$$ 1 pont

Összesen: 10 pont

Harmadik megoldás:

A négyzet oldalának hossza nem befolyásolja a háromszög és a négyzet területének arányát, ezért legyen az $ABCD$ négyzet oldalának hossza egységnyi.
Az ábra jelöléseit követve jelölje a P pont DC egyenesre eső merőleges vetületét Q.
Az $ADF\sphericalangle$ és a $PCD\sphericalangle$ merőleges szárú szögpárt alkotnak, ezért $ADF\sphericalangle = PCD\sphericalangle = \alpha$. Ebből adódóan az ADF és PCD derékszögű háromszögek hasonlók egymáshoz.



1 pont

A PCD derékszögű háromszöget a PQ magassága két olyan derékszögű háromszögre bontja, amelyek szintén hasonlók a PCD háromszöghöz. 1 pont

A hasonlóság miatt

$$\frac{FA}{DA} = \frac{DQ}{PQ} = \frac{PQ}{CQ} = \frac{1}{2}.$$ 1 pont

A DQ szakasz hosszát jelöljük x-szel. Ekkor $PQ = 2x$ és $CQ = 4x$. 2 pont

A négyzet oldalának hosszára felírhatjuk, hogy $x + 4x = 1$, 1 pont

amiből rendezés után adódik, hogy $x = \frac{1}{5}$. 1 pont

Végül a PQ szakasz hosszára azt kapjuk, hogy

$$PQ = 2x = \frac{2}{5}.$$ 1 pont

Az ABP háromszög AB oldalhoz tartozó magassága ebből adódóan $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$, így az ABP háromszög területe

$$T_{ABP} = \frac{1 \cdot \frac{3}{5}}{2} = \frac{3}{10},$$ 1 pont

a keresett területek aránya pedig

$$\frac{T_{ABP}}{T_{ABCD}} = \frac{3}{10}.$$ 1 pont

Összesen: 10 pont

5. Legyen az *f* és a *g* függvény értelmezve a]0; 2022[intervallum nem egész pontjaiban.

a) Határozza meg az *f* függvény értékkészletét, ha

$$f(x)=\frac{|x-1|}{x-1}+\frac{|x-2|}{x-2}+\frac{|x-3|}{x-3}+\ldots+\frac{|x-2021|}{x-2021}.$$

b) Határozza meg a *g* függvény értékkészletében lévő elemek összegét, ha $g(x)=|f(x)|$.

<u>Megoldás:</u>

a) Mivel $\frac{|x-u|}{x-u}=\begin{cases}1, & \text{ha } x>u,\\ -1, & \text{ha } x<u\end{cases}$ minden pozitív egész u számra, 1 pont

ezért $f(x)$ összegében minden tag $+1$ vagy -1. 1 pont

Minden 2022-nél kisebb nemnegatív egész n-re, ha $n<x<n+1$, akkor az $f(x)$ összegében szereplő első n tag $+1$, a maradék $2021-n$ darab tag pedig -1 lesz.
Tehát, ha $n<x<n+1$, akkor

$$f(x)=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{n\text{ darab tag}}+\underbrace{(-1)+(-1)+\ldots+(-1)}_{2021-n\text{ darab tag}}=n+(2021-n)\cdot(-1)=2n-2021.$$ 2 pont

Így $f(x)$ értékkészlete

$$R_f=\{2n-2021\mid n\in\mathbb{N},\ n\le 2021\}=\{-2021;-2019;-2017;\ldots;2019;2021\}.$$ 2 pont

b) Mivel $g(x)=|f(x)|$, ezért

$$R_g=\{|2n-2021|\mid n\in\mathbb{N}, n\le 2021\}=\{1;3;\ldots;2019;2021\}.$$

Vagyis a keresett összeg: $S=1+3+5+\ldots+2019+2021$. 1 pont

Ez egy számtani sorozat első 1011 tagja. *1 pont

Felhasználva a számtani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képletet:

$$S=1+3+5+\ldots+2019+2021=\frac{1+2021}{2}\cdot 1011=1011^2=1022121.$$ *<u>2 pont</u>

Összesen: 10 pont

Megjegyzés: Ha a versenyző más helyes módon adja meg a fenti halmazokat, akkor kapja meg az érte járó pontokat.

*A *-gal jelölt pontokat a versenyző az alábbi gondolatmenetért is kapja meg:*

A keresett összeg az első 1011 darab pozitív páratlan szám összege. 1 pont

Mivel az első n pozitív páratlan szám összege n^2, ezért

$$S=\underbrace{1+3+5+\ldots+2019+2021}_{\text{az első 1011 darab pozitív páratlan szám összege}}=1011^2=1022121.$$ 2 pont

6. Egy n tagú társaságról ($n \geq 3$) tudjuk, hogy bárhogyan is választunk ki közülük 3 embert, a kiválasztottak közül biztosan van 2 olyan ember, akik nem ismerik egymást, és ugyanabban a hármasban biztosan van 2 olyan ember is, akik ismerik egymást (az ismeretség kölcsönös). Hány tagja lehet a társaságnak?

Megoldás:

Tekintsük a társaság egyik tagját, jelöljük őt A-val. Megmutatjuk, hogy A-nak legfeljebb 2 ismerőse lehet a társaság tagjai közt. 1 pont

Tegyük fel, hogy A-nak van legalább 3 ismerőse a társaságban.

Jelölje A-nak a 3 ismerősét X, Y és Z. A feladat feltétele alapján az (X, Y, Z) hármasban van két olyan ember, akik ismerik egymást. Feltehetjük, hogy ez a két ember X és Y. Ekkor viszont az (A, X, Y) hármasban bármely két ember ismeri egymást, ami ellentmond a feladat feltételeinek. 2 pont

Tehát A-nak legfeljebb 2 ismerőse lehet a társaság tagjai között. 1 pont

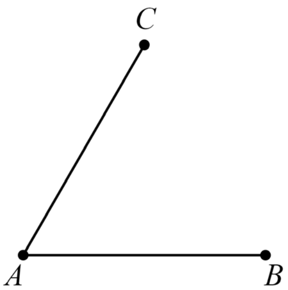
Az előző gondolatmenethez hasonlóan megmutatható, hogy legfeljebb 2 olyan tagja van a társaságnak, akit A nem ismer. 1 pont

Tehát a társaság legfeljebb $2+2+1=5$ tagból állhat.

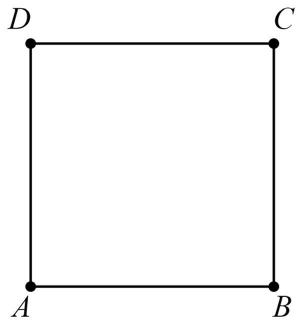
(Legfeljebb 2 fő, akit A ismer, legfeljebb 2 fő, akit A nem ismer és maga A.) 1 pont

A feladat feltétele szerint a társaság legalább háromtagú, ezért 3, 4 vagy 5 tagból állhat. 1 pont

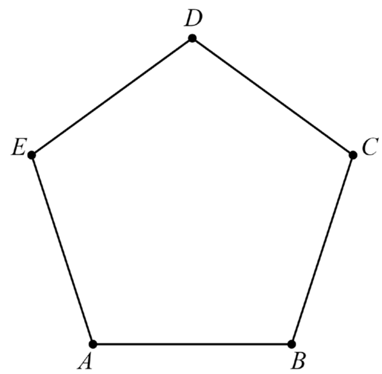
Mind a három eset megvalósulhat, erre a mellékelt ábrák mutatnak egy-egy példát.



3 tagú társaság



4 tagú társaság



5 tagú társaság

3 pont

Összesen: 10 pont

Megjegyzés: Ha a versenyző a Ramsey-tételre hivatkozva, a tételt megfogalmazva zárja ki az $n \geq 6$ esetet, akkor az első 6 pontot kapja meg. Ha a tételt nem fogalmazza meg, vagy pontatlanul fogalmazza meg, akkor az első 6 pontból maximum 3 pontot kapjon.