



OKTATÁSI HIVATAL

**A 2023/2024. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
döntő forduló**

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)
FELADATLAP

- Adott az (a_n) nem állandó számtani sorozat $(n \in \mathbb{N}^+)$, és a valós számok halmazán az $f(x) = x^3 + a_4x^2 + a_{20}x + a_1$ hozzárendelési szabállyal értelmezett függvény. Az f függvény zérushelyei a_9 , a_{10} és a_{11} . Adja meg a számtani sorozat első tagját és differenciáját.
- Adott a 2 egység oldalhosszúságú $ABCD$ négyzet. A négyzet AB , BC , CD és DA oldalain rendre felvesszük a P , Q , R és S pontokat úgy, hogy a $PQRS$ négyszög négyzet legyen. Jelölje k_1 az APS háromszög, k_2 a $PQRS$ négyzet beírt körét.
 - Bizonyítsa be, hogy a k_1 és a k_2 kör kerületének összege nem függ a P , Q , R és S pontok helyzetétől.
 - Bizonyítsa be, hogy a k_1 kör középpontja illeszkedik a $PQRS$ négyzet köré írható körére.
- Adott az alábbi, pozitív egész számokat tartalmazó táblázat.

		1		
	2		2	
3		4		3
4	7		7	4
		⋮		

A táblázat n -edik sorában n darab szám áll $(n \geq 1)$, a sor első és utolsó eleme n . A harmadik sortól kezdve a sor többi eleme megegyezik az előző sorban közvetlenül az elem felett álló két szám összegével. Jelölje s_n a táblázat n -edik sorában álló számok összegét $(s_1 = 1, s_2 = 4, s_3 = 10)$.

- Adja meg s_n értékét n függvényében.
- Melyek azok az $n \geq 3$ egész számok, amelyekre s_n négyzetszám?
- Adja meg az (s_n) sorozat tagjainak kettes számrendszerbeli alakját.

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-23 projekt támogatja

