



OKTATÁSI HIVATAL

**A 2024/2025. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló**

MATEMATIKA I. KATEGÓRIA
(szakgimnázium, technikum)
FELADATLAP

1. Adja meg azt a legkisebb n természetes számot, amelyre az alábbi törtek mindegyike egész szám.

$$\frac{7n+9}{2}; \quad \frac{7n+10}{3}; \quad \frac{7n+11}{4}; \quad \frac{7n+12}{5}; \quad \frac{7n+13}{6}$$

2. Az $ABCD$ paralelogramma AC átlójának P pontjára teljesül, hogy $AP : AC = 3 : 5$. A P ponton át egy-egy párhuzamos egyenest húzunk a paralelogramma oldalaival, melyek az AB oldalt E -ben, a BC oldalt F -ben metszik. Az $EBFP$ négyszög területe 30 területegység. Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma területét.

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán.

$$\frac{1}{\sqrt{10-x}} - \frac{1}{\sqrt{10+x}} = 2$$

4. Határozza meg az alábbi kifejezés legkisebb értékét, ahol x valós szám. Mely x esetén veszi fel a kifejezés ezt az értéket?

$$(x^2 - 6x + 10) \cdot (x^2 + 6x + 10)$$

5. Az $ABCD$ téglalap és az ABE szabályos háromszög körülírt köre megegyezik. Fejezze ki a körülírt kör r sugarának függvényében a téglalap és a háromszög közös részének területét.

6. Egy bolha ugrál a derékszögű koordinátarendszer síkjában. Az origóból indul, és minden lépésben egy egységet ugrik valamelyik koordinátatengellyel párhuzamosan.

a) Hány olyan pont van, amelyikbe pontosan öt ugrással eljuthat?

b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a bolha az ötödik lépés után a $P(1;2)$ pontban van, ha a lehetséges irányok közül minden ugrásnál ugyanakkora valószínűséggel választ?

Mindegyik feladat helyes megoldása 10 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-24 projekt támogatja

