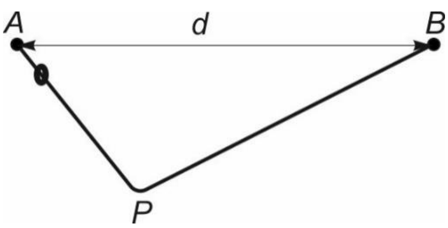
Oktatási Hivatal

A 2016/2017. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első fordulójának feladatai és megoldásai fizikából

FIZIKA
I. KATEGÓRIA

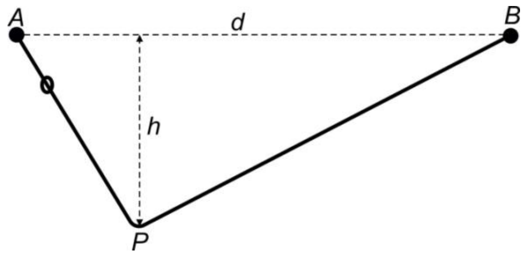
Javítási-értékelési útmutató



1.) *Az egymástól d távolságra lévő, rögzített A és B pontok egy vízszintes egyenes mentén helyezkednek el. Egy L hosszúságú egyenes huzalt (L > d) egyik pontjánál (jelöljük ezt a pontot P-vel) úgy hajlítunk meg, hogy végpontjainak távolsága d legyen. Ezek után a meghajlított huzal egyik végét A-ban, a másikat B-ben úgy rögzítjük, hogy az APB háromszög síkja függőleges legyen, P pedig az AB egyenese alatt helyezkedjen el. A dróton egy kicsiny gyűrű súrlódásmentesen csúszhat. A gyűrűt az A pontban kezdősebesség nélkül elengedjük. A gyűrű a P pontnál lévő görbület miatt pillanatszerűen és zökkenőmentesen tud átcsúszni az egyik egyenes - szakaszról a másikra.*

a) Hányad részében hajlítsuk meg a drótot, hogy a gyűrű a lehető legkevesebb ideig mozogjon az indulásától az első megállásáig?

b) Mekkora ez a legrövidebb idő?



Megoldás. *a)* A súrlódásmentes csúszás és a zökkenőmentes átmenet miatt (az energiamegmaradás szerint) a gyűrű ugyanakkora magasságban áll meg, mint amekkorában indult, vagyis a *B* pontban. A két drótszakaszon való mozgás közben a gyorsulások nagysága külön-külön állandó, vagyis az átlagsebesség a legkisebb és a legnagyobb sebességek számtani közepe. A két mozgás esetén ezek azonosak, hisz az egyiknek a kezdősebessége, a másiknak pedig a végsebessége nulla, valamint az egyik végsebessége megegyezik a másik kezdősebességével, ez pedig a h mélységben lévő P pontbeli v sebesség, ami

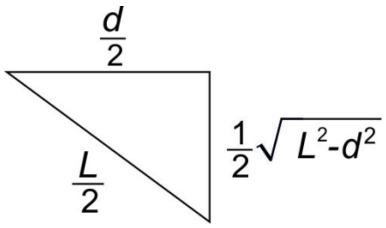
$$v = \sqrt{2gh}\,.$$

A gyűrű tehát az L utat $v/2$ átlagsebességgel teszi meg, vagyis a mozgás teljes menetideje:

$$t = \frac{L}{v/2} = \frac{2L}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{2}L}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{h}}\,.$$

Láthatjuk, hogy a mozgásidő akkor a legkisebb, ha a h mélység a legnagyobb. A P pont távolságösszege az A és B pontoktól állandó, ezért a h mélységet változtatva a P pont egy olyan ellipszisívet fut be, melynek A és B a két fókusza. Az ellipszis „legmélyebben” lévő pontjában az AP és a PB távolságok megegyeznek, tehát a minimális idő eléréséhez a drótot a **felezőpontjában** kell meghajlítani.

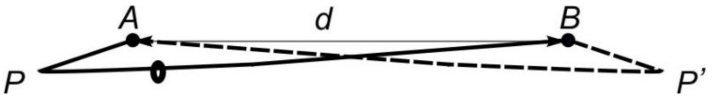
b) A legrövidebb időt úgy tudjuk meghatározni, ha kifejezzük a h mélységet L és d segítségével (lásd az ábrát): $h = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - d^2}$.



Így a mozgás lehető legrövidebb ideje:

$$t_{\min} = \frac{L}{v_{\max}/2} = \frac{2L}{\sqrt{2gh_{\max}}} = \frac{\mathbf{2L}}{\sqrt{\boldsymbol{g}\sqrt{\boldsymbol{L^2 - d^2}}}}.$$

II. megoldás. Változtassuk folyamatosan a P pont helyét! Tekintsünk egy szélső helyzetet! Látható, hogy az elenyészően kicsiny süllyedéskor kapott igen kis sebességgel megteendő út B-ig igen hosszú, tehát a megtételéhez szükséges idő is az. Közelítve a legmélyebb ponthoz a sebesség monoton nő. A szimmetriából következik, hogy ha a másik oldalról indítanánk a kis testet, tükrözve az előző folyamatot kapjuk, tehát a mozgásokhoz tartozó minimális idő a P pont legmélyebb helyzetében jön létre.



Erre az esetre számítjuk a keresett időt, ami a fentiek szerint valóban minimális.

Erre az esetre igaz, hogy $s = \frac{L}{2}$. (s a félút)

A legnagyobb süllyedés: $h_{\max} = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - d^2}$.

A maximális sebesség: $v_{\max} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g\frac{1}{2}\sqrt{L^2 - d^2}} = \sqrt{g}\sqrt[4]{L^2 - d^2}$.

A félútig eltelt idő: $t_1 = \frac{2s}{v_{\max}}$.

A keresett minimális idő: $T_{\min} = 2t_1 = 2\frac{2s}{v_{\max}} = \frac{2L}{\sqrt{g}\sqrt[4]{L^2 - d^2}}$.

III. megoldás.

A félútra érvényes: $s = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}g\sin\alpha \cdot t_1^2 = \frac{1}{2}g\frac{h_{\max}}{s} \cdot t_1^2 \quad \rightarrow \quad s^2 = \frac{1}{2}gh_{\max} \cdot t_1^2$.

Beírva s és $h_{\max}$ kifejezéseit (az I. megoldásból):

$$\frac{L^2}{4} = \frac{1}{2}g\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \cdot t_1^2,$$

egyszerűsítve: $L^2 = g\sqrt{L^2 - d^2}\,t_1^2$,

és innen a teljes (minimális) idő: $T_{\min} = 2t_1 = 2\dfrac{2s}{v_{\max}} = \dfrac{2L}{\sqrt{g}\sqrt[4]{L^2 - d^2}}$.

Megjegyzés: A feladat megoldható nyers erővel is (vagyis anélkül, hogy az átlagsebességre, illetve az ellipszisívre vonatkozó „trükköket” használnánk fel). Legyen a drót A-hoz közelebbi része L_1 hosszúságú, így a B-be futó szakasz $L - L_1$ hosszú. Az első szakasz „lejtése” legyen α, míg a második „emelkedése” β szögű.

Az első szakaszon a gyorsulás $g\sin\alpha$, majd a másodikon a lassulás $g\sin\beta$. Ezekkel a mennyiségekkel meghatározhatjuk a gyűrű menetidejét:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2L_1}{g\sin\alpha}} + \sqrt{\frac{2(L - L_1)}{g\sin\beta}} = \sqrt{\frac{2}{g}}\left(\sqrt{\frac{L_1}{\sin\alpha}} + \sqrt{\frac{(L - L_1)}{\sin\beta}}\right).$$

A szögek szinuszát h-val fejezhetjük ki: $\sin\alpha = \frac{h}{L_1}$ és $\sin\beta = \frac{h}{L-L_1}$, melyek behelyettesítésével a menetidő így alakul:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2}{g}}\left(\sqrt{\frac{L_1^2}{h}} + \sqrt{\frac{(L - L_1)^2}{h}}\right) = \sqrt{\frac{2}{g}}\cdot\frac{L}{\sqrt{h}}.$$

(Ugyanarra az eredményre jutottunk, mint korábban, vagyis minél mélyebben van a pálya legalsó pontja, annál rövidebb a menetidő.)

Ha nem jut eszünkbe, hogy a P pont egy ellipszisíven mozoghat, akkor kihasználhatjuk, hogy L, L_1 és h segítségével kifejezhetjük a d távolságot:

$$d = d_1 + d_2 = \sqrt{L_1^2 - h^2} + \sqrt{(L - L_1)^2 - h^2}\,.$$

Meglehetősen hosszadalmas számolás után a következő alakra tudjuk h^2-et hozni:

$$h^2 = \frac{1}{4d^2}\left[4L_1(L - L_1)(L^2 - d^2) - (L^2 - d^2)^2\right].$$

Vegyük észre, hogy L_1 csak a szögletes zárójel elején szerepel $L_1(L - L_1)$ alakban. A szorzótényezők összege L, így a számtani és a mértani középre vonatkozó egyenlőtlenség alapján kimondhatjuk, hogy h^2 akkor a legnagyobb, ha $L_1 = L - L_1$, vagyis $L_1 = L/2$. Ha ezt visszahelyettesítjük h^2 kifejezésébe, akkor ismerős alakra jutunk:

$$h_{\max}^2 = \frac{1}{4d^2}\left[d^2(L^2 - d^2)\right] = \frac{L^2 - d^2}{4}.$$

Azonban nincs szükség az ilyen hosszú algebrai küzdelemre, ha fizikai elveket alkalmazunk. Ha drót helyett fonalat képzelünk el, akkor nyilvánvaló, hogy egyensúlyi helyzetben a gyűrű szimmetrikusan, a fonal közepén helyezkedik el. Ez viszont energetikailag a legmélyebb állapotot jelenti, tehát a test *mgh* helyzeti energiája ekkor lesz minimális, ekkor lesz legmélyebben a test.

Akár algebrai, akár fizikai elvek szerint gondolkodunk, ugyanarra a végeredményre jutunk, azaz a legrövidebb menetidő eléréséhez a drótot a közepén kell meghajlítani!

2.) *Függőleges helyzetű, igen magas, henger alakú tartály legalján m = 10 g tömegű, 20 °C-os hőmérsékletű víz van, amit a víz tetején elhelyezett nagyon könnyű dugattyú zár el a környező levegőtől. Az edény keresztmetszete A = 50 cm². A vizet egy P = 40 W teljesítményű beépített fűtőszállal melegíteni kezdjük. A dugattyú alatt nincs levegő, a henger fala és a dugattyú jó hőszigetelő, a külső levegő nyomása 1 atmoszféra.*

a) Ábrázoljuk a dugattyúnak a henger aljától mért magasságát az idő függvényében egészen addig, amíg a tartályban a hőmérséklet 125 °C-ra nő!

b) Milyen sebességérték(ek)et vesz fel a dugattyú a melegítés közben?

Útmutatás: Hanyagoljuk el a víz hőtágulását, a víz sűrűségét tekintsük mindvégig 1 g/cm³-nek. A víz fajhőjének hőmérsékletfüggésétől tekintsünk el, értékét közelítsük 4,2 J/(g·°C)-kal. A vízgőz átlagos szabadsági fokszáma a vizsgált hőmérséklettartományban jó közelítéssel 7-nek tekinthető. A hiányzó adatokat a Függvénytáblázatból vegyük.

Megoldás.

Adatok: m = 10 g, t_1 = 20 °C, t_2 = 100 °C, t_3 = 125 °C, A = 50 cm², P = 40 W, p_0 =1,01· 10⁵ Pa, c = 4200 J/(kg·K), L = 2,26·10⁶ J/kg

Amíg a víz hőmérséklete nem éri el a 100 °C-t, a dugattyú gyakorlatilag mozdulatlan, $v_1 \approx 0$. A forrás megindulásáig eltelt idő

$$\tau_1 = \frac{c\cdot m\cdot(t_2-t_1)}{P} \approx 84 \text{ s.}$$

Amikor a víz hőmérséklete eléri a forráspontot, a víz telített gőzének nyomása eléri a külső nyomást, és a dugattyú megmozdul. A dugattyú sebességét az elpárolgott víz mennyisége határozza meg. $\Delta\tau$ idő alatt Δm tömegű víz forr el, ami ΔV térfogatot tölt ki.

$$\Delta m = \frac{P\cdot\Delta\tau}{L}, \qquad \Delta V = \frac{\Delta m}{M}\frac{RT}{p_0},$$

ahol $T = t_2 + 273 =$ 373 K, M = 18 g/mol. Így a dugattyú sebessége

$$v_2 = \frac{\Delta V}{A\cdot\Delta\tau} = \frac{PRT}{A\cdot LMp_0} = 0{,}6 \text{ cm/s.}$$

Ez a folyamat addig tart, amíg az összes víz elpárolog. Az egész víz gőzzé válásához szükséges idő:

$$\Delta\tau_2 = \frac{L\cdot m}{P} \approx 565 \text{ s.}$$

A dugattyú helyzete a gőzzé válás végén

$$h_2 = v_2\cdot\Delta\tau_2 = 3{,}4 \text{ m.}$$

A további melegítés folyamán már csak vízgőz van a tartályban, ami állandó nyomáson tágul. A vízgőzt $f = 7$ szabadsági fokú ideális gáznak tekinthetjük, melynek állandó nyomáson mérhető hőkapacitása:

$$C_p = \frac{f+2}{2}\frac{m}{M}R = 4{,}5\frac{m}{M}R.$$

Ha $\Delta\tau$ ideig melegítjük a gázt, a térfogatváltozás ΔV, a hőmérsékletváltozás ΔT, akkor

$$Q = C_p\,\Delta T = 4{,}5\frac{m}{M}R\,\Delta T = P\cdot\Delta\tau\cdot, \text{ és } p_0\,\Delta V = \frac{m}{M}R\,\Delta T.$$

A két egyenletből a dugattyú sebessége ebben a szakaszban

$$v_3 = \frac{\Delta V}{A\,\Delta\tau} = \frac{P}{4{,}5\,A\,p_0} = 1{,}8\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

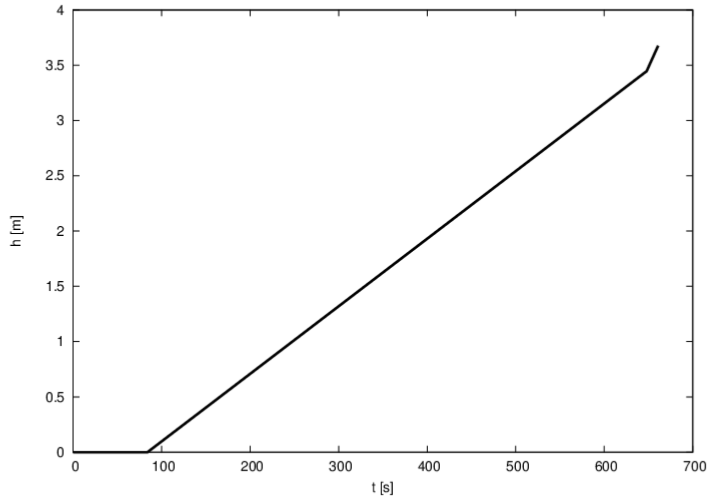
A sebesség ebben a szakaszban a legnagyobb.
Az elforrástól (T_2 =100°C) a T_3 =125 °C -os hőmérséklet eléréséig szükséges idő

$$\Delta\tau_3 = \frac{C_p(T_3 - T_2)}{P} = 13 \text{ s.}$$

Ezalatt az idő alatt a dugattyú emelkedése

$$\Delta h_3 = v_3\,\Delta\tau_3 = 23 \text{ cm.}$$

A feladat kérdéseire a válaszok:
a) A kért magasság-idő diagram három egyenes szakaszból áll (lásd az ábrát):
1: A (0 s,0 m) pontól a $(\tau_1, 0)$ pontig (a víz kezdeti 2 mm-es magasságát elhanyagolhatjuk)
2: A $(\tau_1, 0)$ ponttól a $(\tau_1 + \Delta\tau_2, h_2)$ pontig
3: A $(\tau_1 + \Delta\tau_2, h_2)$ ponttól a $(\tau_1 + \Delta\tau_2 + \Delta\tau_3, h_2 + \Delta h_3)$ pontig
b) A sebességek a három szakaszon:
$v_1 = 0$, $v_2 = 0{,}6$ cm/s, $v_3 = 1{,}8$ cm/s



Megjegyzések:
1) Az útmutatásnak megfelelően a víz hőtágulását elhanyagoltuk, így a dugattyú sebessége az első szakaszban közelítőleg nulla.
2) A második szakaszban szereplő mennyiségeket úgy is meghatározhatjuk, ha a Függvénytáblázatból vesszük a gőz sűrűségét. Természetesen ez a megoldás is teljes pontértékű.

3.) *Egy hangtani kísérletek elvégzésére alkalmas nagyméretű laboratóriumban (úgynevezett süketszobában) két egyforma hangszórót kapcsoltunk párhuzamosan egy hanggenerátor kimenetére (így a hangszórók azonos fázisban sugároznak), és egy kicsiny mikrofont helyeztünk el távol a hangszóróktól. A száraz levegőt tartalmazó teremben állandó* T = 300 K *hőmérsékleten kísérletet hajtunk végre. Változtatjuk a hanggenerátor frekvenciáját és egy érzékeny voltmérővel figyeljük a mikrofon kimenő jelét:* f_1 = 2400 Hz-*nél a mikrofon kimenő jelének maximuma van,* f_2 = 2600 Hz-*nél minimum van, és ezen két frekvencia között a mikrofon jelerőssége monoton csökken.*

a) Mit figyelhetünk meg f_3 = 400 Hz-*nél?*

b) Ha a laboratóriumban a levegő a megadottnál hidegebb, illetve melegebb, milyen legközelebbi alacsonyabb és magasabb levegő hőmérsékletnél lesz maximális erősítés az f_2 *frekvenciánál?*

Útmutatás: A hang terjedési sebességét a következő összefüggéssel számíthatjuk ki száraz levegőben:

$$c = 331{,}3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\sqrt{\frac{T}{273{,}15\ \mathrm{K}}}\,,$$

ahol T a levegő abszolút hőmérséklete.
(A süketszobában a hang visszaverődése a falakról, a padlóról és a mennyezetről elhanyagolható.)

Megoldás. *a)* Legyen a hangszórók távolságának különbsége a mikrofontól d. A frekvencia maximumának feltétele, hogy az útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse

$$d = n\lambda_1 = \frac{nc}{f_1}\,,$$

ahol c a hang sebessége 300 K fokon, n tetszőleges egész szám. A feladat feltétele szerint az f_2 frekvenciára fennáll, hogy

$$d = (n + 0{,}5)\lambda_2 = \frac{(n+0{,}5)c}{f_2}\,.$$

A két összefüggést egyenlővé téve

$$\frac{n+0{,}5}{n} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{2600}{2400}\,,$$

amiből $n = 6$ adódik.

Visszaírva n értékét a maximumfeltételbe vegyük észre, hogy

$$d = \frac{6c}{2400\ \mathrm{Hz}} = \frac{c}{400\ \mathrm{Hz}}\,,$$

azaz 400 Hz-nél is **maximum van** ($n = 1$)**.**

b) Az eredeti 300 K-es hőmérséklet esetén f_2 frekvencia mellett az útkülönbség 6,5 hullámhossz. Ha csökkentjük vagy növeljük a hőmérsékletet, akkor kapunk legközelebb erősítéseket, ha a hullámhossz úgy változik meg, hogy az útkülönbség az új hullámhossz 6-szorosa vagy 7-szerese lesz (miközben a frekvencia természetesen nem változik).
Ha a $\lambda_2 = d/6{,}5$ hullámhossz $\lambda = d/6$ értékűre nő, vagyis 13/12-szeresére nő, akkor a levegőben a terjedési sebességnek is 13/12-szeresére kell nőnie. Mivel a terjedési sebesség az abszolút hőmérséklet négyzetgyökével arányos, így az abszolút hőmérsékletnek $\left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{144} \approx 1{,}174$-szeresére kell nőnie, ami nagyjából **352 K = 79°C**.
Ugyanígy, ha a $\lambda_2 = d/6{,}5$ hullámhossz $\lambda = d/7$ értékűre csökken, vagyis 13/14-ére csökken, akkor a levegőben a terjedési sebességnek is 13/14-ére kell csökkennie. Ezért az abszolút hőmérsékletnek $\left(\frac{13}{14}\right)^2 = \frac{169}{196} \approx 0{,}862$-szorosára kell csökkennie, ami hozzávetőlegesen **259 K = - 14°C**.

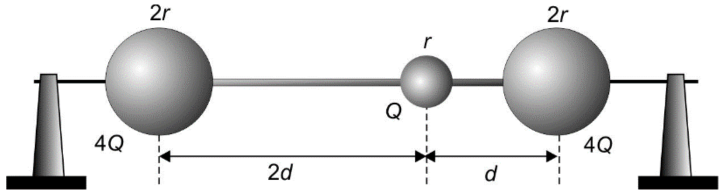
Megjegyzés: A feladat kitűzésekor megadott formula segítségével a terjedési sebességek, illetve a különböző frekvenciákhoz tartozó hullámhosszak kiszámíthatók, melyek segíthetik a megoldót a munkájában, azonban a megoldáshoz elegendő azt tudni, hogy a hang terjedési sebessége a levegő abszolút hőmérsékletének négyzetgyökével arányos.

4.) *Két kicsi, azonos méretű – átmérőjük mentén átfúrt – tömör szigetelő gömböcskét egy vékony, egyenes, szigetelő anyagból készült „szívószál” két végéhez rögzítünk. Egy harmadik, az előzőekhez képest feleakkora sugarú, m tömegű, szintén tömör szigetelő gömböcskét előzetesen „ráfűztünk” a szívószálra, amely azon súrlódásmentesen csúszhat. Mindegyik gömböcske ugyanabból az anyagból* *készült. Ezután egy merev, vékony, egyenes, műanyag (szigetelő) „kötőtűt” vezetünk át a szívószálon, melyen a szívószál (a két végéhez rögzített nagyobb gömböcskékkel együtt) vízszintes irányban súrlódásmentesen csúszhat az ábrán látható módon.*

Kezdetben a „felfűzött” gömb középpontja az egyik szélső gömb középpontjától 2d, a másikétól pedig d távolságra helyezkedik el. Ezután a rendszert rögzítjük, majd a kisebbik gömbnek Q, a nagyobbaknak 4Q, ugyanolyan előjelű, egyenletes töltéseloszlású, elektromos töltést adunk.

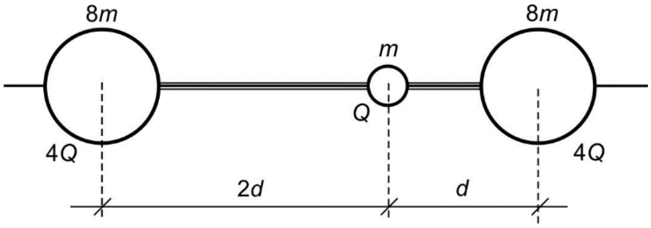
a) Határozzuk meg a „felfűzött” gömböcske maximális sebességét a rendszer rögzítésének feloldása után a kisebbik gömb m tömege és Q töltése, valamint a d távolság segítségével!

b) Fejezzük ki a d távolság segítségével, hogy a rendszer egyes tagjai mekkora amplitúdóval végeznek ***nemharmonikus*** *rezgőmozgást a kezdeti rögzítés feloldása után!*



Megoldás. Mivel mindhárom gömb ugyanabból az anyagból készült, ezért a szívószál végeinél rögzített gömbök tömege 8*m*. (Az anyagsűrűségük megegyezik, továbbá a gömb térfogata a gömb sugarának harmadik hatványával arányos.)

Az adatok szerint *Q* a szigetelő pálcán csúsztatható gömb töltése, és a két végén lévő gömbök elektromos töltése 4*Q*.



a) A vízszintes, súrlódásmentes alátámasztás miatt a rendszerre ható külső erők függőleges irányúak, és kiegyensúlyozzák egymást. Így a rendszer mechanikai értelemben zárt rendszernek tekinthető, ezért érvényes rá az impulzus-megmaradás, illetve a tömegközéppont megmaradásának törvénye.

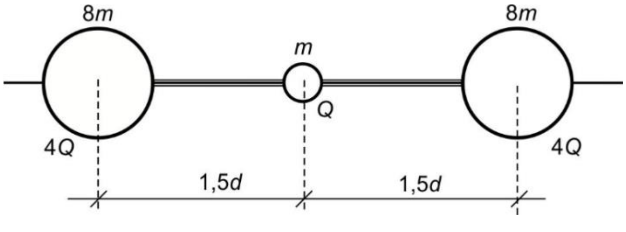
Legyen v az elmozduló kicsiny gömb pillanatnyi sebessége, és az ezzel ellentétes irányba elmozduló másik két gömb pillanatnyi sebessége pedig *V*.
A lendület-megmaradás törvénye szerint:

$$mv = 16mV,$$

amiből

$$v = 16V.$$

A „felfűzött” gömbnek abban a pillanatban lesz maximális a sebessége, amikor a rá ható elektromos erők eredője nulla. Ez éppen a szívószál hosszának felezési pontjában teljesül.



Természetesen ugyanebben a pillanatban a szívószál végein lévő gömböknek is maximális sebességük lesz. Tehát a

$$v_{\max} = 16V_{\max} \tag{1}$$

összefüggés is érvényes a két pillanatnyi sebesség között.

Bármely pillanatban a rendszer az összes mechanikai (azaz mozgási) energiáját az elektromos erők munkájából nyerte. Ezt legkönnyebben úgy tudjuk kiszámítani, ha a kezdeti állapot (elektromos) potenciális energiájából kivonjuk a vizsgált pillanatbeli potenciális energiát:

$$\frac{k(4Q)Q}{2d} + \frac{k(4Q)Q}{d} - 2\frac{k(4Q)Q}{1{,}5d} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 + 2\frac{1}{2}(8m)V_{max}^2,$$

ahol $k = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$.

Összevonás után:

$$\frac{2kQ^2}{3d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + 8mV_{\max}^2. \tag{2}$$

Behelyettesítve az (1) jelű egyenletből $V_{\max} = \frac{v_{\max}}{16}$ értékét:

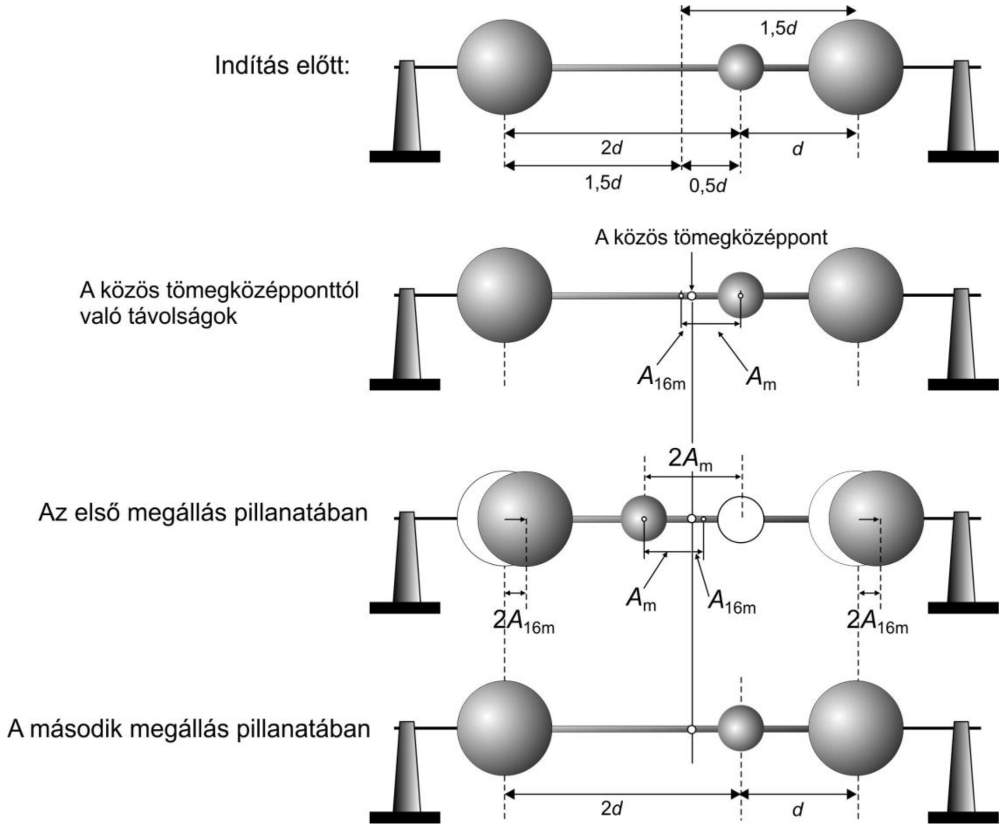
$$\frac{2kQ^2}{3d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + 8m\frac{v_{\max}^2}{256} \rightarrow \frac{2kQ^2}{3d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + m\frac{v_{\max}^2}{32} \rightarrow \frac{2kQ^2}{3d} = \frac{17}{32}mv_{\max}^2.$$

Ebből a kérdéses $v_{\max}$ értéke

$$v_{\max} = 8Q\sqrt{\frac{k}{51dm}}.$$

(Értelemszerűen $V_{\max} = \frac{8Q}{16}\sqrt{\frac{k}{51dm}} = \frac{Q}{2}\sqrt{\frac{k}{51dm}}$.)

b) A felfűzött gömb és a szívószállal összekapcsolt gömbök is rezgőmozgást fognak végezni, azonban ezek a rezgések (a Coulomb-erő természetéből adódóan) nem harmonikusak, viszont éppen ellentétes fázisúak minden időpillanatban. A rendszer tömegközéppontja helyben marad, a kicsiny gömb is, illetve a kétszer $8m$ tömegű „test” is a tömegközéppont körül fog rezegni. Elegendő tehát azt meghatározni, hogy mekkora az egész rendszer tömegközéppontjának a távolsága a kicsiny gömbtől, illetve a másik két gömböcske közös tömegközéppontjától. Azt kell észrevenni, hogy a rendszer az indítást követően az ábrán látható módon a tömegközéppontra nézve szimmetrikus helyzetben áll meg, ami azt jelenti, hogy az indítástól a megállásig a kisebbik gömb elmozdulása is kétszerese az amplitúdójának, valamint a két nagyobbik gömböcske tömegközéppontjának (a szívószál közepének) az elmozdulása is kétszerese az amplitúdójának. A kétféle amplitúdó aránya megegyezik a kis gömböcske tömegének és a két nagyobb gömböcske össztömegének az arányával.



A kicsiny gömb kezdetben a szívószál közepétől (vagyis a 16 *m* tömegű, két gömböcskéből álló rendszer tömegközéppontjától) $d/2$ távolságra van. Ezt a távolságot kell 1:16 arányban osztani, hogy megkapjuk a két keresett amplitúdót. Eszerint a szívószál a két szélső gömböcskével A_{16m} = $\boldsymbol{d/34}$ amplitúdóval rezeg, míg a középső kicsiny gömböcske ennek 16-szorosával: $A_m = 16d/34 = \boldsymbol{8d/17}$.

Pontozási útmutató

1. feladat

Az átlagsebesség, $v = \sqrt{2gh}$ megadása	7 pont
A $t = 2L/v$ menetidő észrevétele	7 pont
A felezőpontban kell meghajlítani	3 pont
A minimális menetidő meghatározása	3 pont
	Összesen 20 pont

2. feladat

a) A melegítés 3 szakaszának helyes értelmezése szakaszonként 3 pont	9 pont
A grafikon kvalitatív (nem feltétlenül méretarányos) megrajzolása	5 pont
b) A dugattyú sebességének meghatározása szakaszonként 2 pont	6 pont
	Összesen 20 pont

3. feladat

a) A maximum feltétel felírása	2 pont
A minimum feltétel felírása	2 pont
A lehetséges egész szám meghatározása	2 pont
400 Hz-nél a válasz a feladat kérdésére	2 pont
b) A hang sebességének függése a hőmérséklettől	2 pont
A maximum feltétel felírása	2 pont
A minimum feltétel felírása	2 pont
A legközelebbi magasabb hőmérséklet megadása	3 pont
A legközelebbi alacsonyabb hőmérséklet megadása	3 pont
	Összesen 20 pont

4. feladat

a) Az impulzus-megmaradás törvényének felismerése, helyes alkalmazása	5 pont
A maximális sebességek közötti kapcsolat helyes felírása	2 pont
Az energiamegmaradás törvényének felírása	5 pont
v_{max} értékének kiszámítása	3 pont
b) A_m kiszámítása	3 pont
A_{16m} kiszámítása	2 pont
	Összesen 20 pont

A „Javítási-értékelési útmutatóban” vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és a helyes végeredményre vezetnek, az alkérdésekre adható teljes pontszám jár. A nehézségi gyorsulás értékére 9,81 m/s^2, vagy 10 m/s^2 egyaránt elfogadható, hacsak a feladat máshogy nem rendelkezik.